

FARID NASSERY*

ANTONIO GAUDI'S WORKS OF ARCHITECTURE IN THE
ASPECT OF CHOSEN GEOMETRICAL SURFACESDZIEŁA ARCHITEKTONICZNE ANTONIO GAUDIEGO
W ASPEKCIE WYBRANYCH POWIERZCHNI
GEOMETRYCZNYCH

Abstract

The article presents the systematics of various types of geometrical surfaces in the aspects of their occurrence in Gaudi's architecture. Basic groups of surfaces were characterized, focusing on those typical for the architect. The aim of the analysis of three-dimensional forms is the knowledge of geometrical shapes that form a work of architecture. It can facilitate the understanding of construction of the body and familiarize the concept of the project. On the basis of abovementioned systematics examples of buildings are presented, in which Gaudi used particular surfaces. Causes and results of usage of such spatial solutions in structural and aesthetic aspects are discussed. The article includes buildings designed by Gaudi in Barcelona and Colonia Guell.

Keywords: geometrical surfaces, ellipse, parabola, architecture, Antonio Gaudi

Streszczenie

Artykuł prezentuje systematykę różnych rodzajów powierzchni geometrycznych w aspekcie ich występowania w dziełach architektonicznych Antonia Gaudiego. Omówiono podstawowe grupy powierzchni, skupiając się na tych charakterystycznych dla twórczości sławnego architekta. Celem analizy form trójwymiarowych jest poznanie, z jakich utworów geometrycznych składa się obiekt architektoniczny. Może to pomóc w zrozumieniu budowy jego bryły, a także przybliżyć zamysł projektowy. Na bazie powyższej systematyki zaprezentowano przykłady obiektów, w których Antonio Gaudi zastosował konkretne powierzchnie. Omówiono także przyczyny i skutki wykorzystania takich rozwiązań przestrzennych w aspekcie konstrukcyjnym i estetycznym. W pracy uwzględniono obiekty autorstwa Antonia Gaudiego znajdujące się na terenie Barcelony i w miejscowości Colònia Güell pod Barceloną.

Słowa kluczowe: powierzchnie geometryczne, elipsa, parabola, architektura, Antonio Gaudi

DOI: 10.4467/2353737XCT.15.070.3870

* Ph.D. Arch. Farid Nassery, Division of Descriptive Geometry, Technical Drawing & Engineering Graphics, Institute of Construction Design, Faculty of Architecture, Cracow University of Technology.

1. Introduction

The article presents the systematics of various types of geometrical surfaces in the aspects of their occurrence in Gaudi's architecture. Basic groups of surfaces were characterized, focusing on those typical for the architect. The aim of the analysis of three-dimensional forms is the knowledge of geometrical shapes that form a work of architecture. It can facilitate the understanding of construction of the body and familiarize the concept of the project.

The problem of geometrical surfaces has been thoroughly researched and superbly described in many works of literature. It can be divided into two main trends: dedicated to the question of surface in strictly geometrical aspect, in the form of chapters of coursebooks and publications which touch upon the topic in the aspect of construction and architecture. The first group is represented by coursebooks authored by: Anna Błach [2], Stanisław Polański [14], and joint publications of Andrzej Korynek, Jerzy Mroczkowski and Teresa Romaszkiwicz – Białas [6], and Stanisław Polański, Aleksander Kowalewski and Jerzy Daniluk [13]. The question in relation to modeling in computer graphics is raised by Przemysław Kiciak [5]. Mathematical definitions of surfaces can be found in, e.g., the compendium by Igor Bronsztejn, Konstantin Siemiendiajew, Gerhard Musioł and Heiner Muehlig [3]. The second group comprises publications which describe geometrical surfaces in engineering and architecture. The following books can be enumerated: Stefan Przewłocki [16], Mieczysław Majewski [9], Curt Siegel [22] and joint work of Stanisław Polański and Jolanta Słoma [15]. The author himself has raised the question of the existence of surfaces in architecture and has drawn up the graph which presents their systematics [11].

The next issue discussed in the article is Antonio Gaudi's architecture. The problem of the life and works of the architect is the subject of many publications. Biographies of the designer can be found in the works by: Juan Nonell [12], Przemysław Słowiński [23], and the books by Cesar Martinell [10], Rainer Zerbst [29] are enriched with a detailed description of his works. General data concerning Gaudi's most important works can be found in: David Watkin [28], David Mackay [8], Zdzisława Tołoczko [25], or guidebooks by the "Wiedza i Życie" Publishing House [17,18]. Detailed description of all buildings can be found in: Moix and Llatzer [7] and the guidebook edited by Carlos Giordano and Nicolas Palmisano [27]. Information about the Sagrada Familia basilica can be found in: Armando Puig [18], Jordi Armengol [1] and Armando Puig – Tarrech [20], but also in the subsequent guidebook edited by Carlos Giordano and Nicolas Palmisano [26].

There are numerous web pages dedicated to Gaudi and his works, such as: *The Gaudi and Barcelona Club Associatio* [24].

Most authors who describe the buildings designed by Gaudi, do not analyse them from the point of view of the existence of particular types of geometrical surfaces, or their constructional premises, with the exception of: Carlos Flores [4], Antonio Saudi [21], Isidra Puig – Boada [19].

2. Systematics of surfaces

The aim of the following classification of geometrical structures is the systematization of forms that exist in works of architecture. Architectural structure, understood as a space constructed of Euclidean elements, is the basis of the analysis of architecture in geometrical context. Geometrical forms of architecture can be divided into: plane (geometrical figures) and three-dimensional (solids and surfaces). Geometrical figures can only be seen in two-dimensional renditions of three-dimensional buildings: in elevations, cross-sections, projections of buildings. Geometrical solids (e.g. polyhedrons and solids of

revolution) and surfaces, however, appear as components of every architectural design, because every building is a composition of spatial elements. In the analysis of the form of a building, concrete types of basic solids and surfaces in their entirety or in fragments can be enumerated. Many objects must be analyzed according to a certain accuracy grade. The phenomenon of distortion of basic geometrical forms is usually connected with the limit of the division, found elements of development or the compositional idea of the project.

Mathematical definition of surface states that it is a set of points of a three-dimensional space with the coordinates which fulfill the equation: $F(x,y,z) = 0$ or $z = f(x,y)$ [4, p. 263]. In the definition of the most common surfaces in architecture, two elements are used: generatrix and path [18, p. 88]. Generatrix is the basic line, on whose basis a surface can appear (Depending on the type, ruled surfaces appear (- when there is a line), or curvilinear (when there is a curve). Path is the line, along which generatrix moves, making the existence of a surface possible.

There are many possible divisions of surfaces according to given parameters [15, p. 315-317]. It is common to divide them into three basic groups of surfaces which appear in architecture [18, p. 88] (Illustration 1): ruled surface¹, curvilinear with a constant generatrix², curvilinear with variable generatrix³. In the ruled surfaces the following can be enumerated: Catalan⁴, conic⁵, cylindrical⁶, other ruled surfaces, which include: quadrics with two double lines⁷, hyperboloid of one sheet⁸ and helical⁹ [10]. The next group are curvilinear with a constant generatrix: circular curvilinear¹⁰, toroidal¹¹ and translational¹². The last group

¹ Ruled surface – surface with constant generatrix, which is a straight line that does not change its shape.

² Curvilinear surface with constant generatrix – surface with constant generatrix which is a curve that does not change its shape.

³ Curvilinear surface with variable generatrix – surface with variable generatrix which is a curve that changes its shape.

⁴ Catalan surface – surface determined by a line moving along two paths, constantly parallel to a given surface, but not parallel to the constant line. Depending on the type of paths, we can enumerate: cylindroid (both paths are curves not parallel to surface), conoid (only one path is a straight line), hyperbolic paraboloid (both paths are lines).

⁵ Conic surface – surface created by movement of line, attributed to a constant point “W” and intersecting the path curve. Point “W” is the proper and not coplanar point with the given path. Depending on the shape of invariant intersection we can enumerate: circular conic surface (invariant intersection – circle) or non-circular (invariant intersection – ellipse, parabola or hiperbola).

⁶ Cylindrical surface – conic surface in which point is ideal. Depending on the shape of invariant intersection we can enumerate cylindrical surfaces: circular (invariant intersection – circle), elliptical (invariant intersection – ellipse), parabolic (invariant intersection – parabola), hyperbolic (invariant intersection – hyperbola).

⁷ Quadric surface with two double lines is a surface that has paths in the form of two slant lines and a curve in the shape of a circle, ellipse, parabola or hyperbola.

⁸ Hyperboloid surface of one sheet is a surface which has paths in the shape of two slant lines, non-parallel to one surface and to one another.

⁹ Helical surface is a surface set by a line with helical movement, with the same spiral lead and the same direction of turn.

¹⁰ Circular curvilinear surface - surface set by a curve in a circular movement around a line. Depending on the shape of intersection through the axis of rotation we can enumerate: sphere (intersection – circle), circular elipsoid (intersection – ellipse), circular paraboloid (intersection – parabola), circular hyperboloid of two sheets (intersection – hyperbola).

¹¹ Toroidal surface – surface created by rotation of conic curve around a line, set in the plane of this curve, which is not its axis. Depending on the shape of the intersection through axis of revolution we can enumerate: toroidal surface with intersection in the shape of circle, ellipse, parabola or hyperbola.

¹² Translational surface – surface set by parallel movement movement of generatrix, so that its apex slides along the path which is in vertical plane, perpendicular to the plane where generatrix is set.

comprises curvilinear surfaces with variable generatrix, which include the following surfaces: wedge¹³, parabolic-elliptic¹⁴ and minimal¹⁵ [10].

3. Geometric surfaces in Antonio Gaudi's works

Surfaces are increasingly used in architecture due to their particular aesthetic and structural values. Their oldest applications in construction include covering spaces such as sphere- or cylinder-based vaults. Surfaces can be standalone structures or form parts of an entire structural system. In order to achieve interesting visual effects, surfaces of the same (Illustration 5) or different kinds are juxtaposed. While analyzing the form of buildings in terms of geometry, one can notice that entire objects or parts of them are based on various kinds of surfaces.

The works of the Spanish architect Antonio Gaudi (1852–1926) [10, 29] are characterized by the use of geometric forms such as cones (Il. 7), hyperbolic paraboloids, paraboloids (Illustration 10), hyperboloids (Illustrations 4 and 17), helicoids (Illustrations 8 and 9) and many other types of surfaces (Illustrations 2 and 8). His studies of nature made him notice the above geometric forms in natural objects such as rushes, reeds or bones. He believed that there was no better structure than the trunk of a tree or a human skeleton and that the use of the hyperboloid and helicoid in an object made ornamentation unnecessary since the elements varied the incidence of the light and shade [2].

Antonio Gaudi's works demonstrate an evolution in using particular kinds of normal lines (normal sections) to define space: from the parabola (Illustration 5), to the hyperbola (Illustration 3), to the catenary curve¹⁶. This is proved by the preserved models of the structural systems of the Sagrada Familia basilica. The first, neo-gothic one, was made between 1900 and 1913 (Illustration 12) and based mainly on the circle while the parabola appeared only in the main nave. Another one, executed between 1914 and 1918 (Illustration 13), introduced the parabola into the entire structure of the object and the last one, from the period 1921–1926 (Illustration 14) used the broken curve in the structural system and the parabola in the vaulting of the isles (Illustration 17).

His quest for new structural solutions culminated in the design of the Sagrada Familia basilica between 1910 and 1920, in which he drew on his experience and years of studies. He was one of the first architects to apply the catenary curves which he used to determine pressure lines. He employed gravity to design the form of the structure thus designing vaults and support systems in a horizontal mirror reflex ion. In order to do so he exploited the rule of equilibrium of the catenary, creating spatial models from strings to which he attached bags filled with sand. Two such models survived: of Colònia Güell (Illustration 15) and of the span of the Sagrada Familia (Illustration 16). The arches and cylindrical surfaces together with appropriately inclined columns (Illustration 11) formed a structure that ideally resisted the outward thrust eliminating the need for buttresses

¹³ Wedge surface – surface set by generatrix which is a curve sliding along three lines, so that its apex and two endings are set on particular lines, and the subsequent position of plane, to which the curve belongs, are parallel.

¹⁴ Parabolic-elliptic surface – surface created through parallel movement of parabola's generatrix on the path parabola.

¹⁵ Minimal surface – a surface which has in every point average curvature equaling zero. It has the smallest area among all surfaces stretched over a given contour. We can enumerate the following minimal surfaces: catenoid (created through rotation of chain line around the line that goes through centres of circles which form the boundary line) and helicoid (created by guiding through every point of helical line a line that intersects the axis at right angle). Its name comes from its relationship with helix – through every point of helicoid cuts helical line entirely included in it. Helicoid is one of the first discovered minimal surfaces, it is also a ruled surface.

¹⁶ The catenary curve is a plane curve describing the shape of a perfectly inextensible and infinitely flexible thread with a non-zero mass hanging freely between two different supports in a homogeneous gravitational field. It is described by the hyperbolic cosine function. Its graph is close to but not identical with a parabola.

which the neogothic style required [6]. Although surfaces based on this curve can be found in object such as the Casa Milà or the Teresian College, it was the crypt of the Colònia Güell that acted as a testing ground for the solutions that culminated in the Sagrada Família. Another advantage of the catenary-based surface was the fact that it could be made of brick which was a cheap building material in his time. Bricks were used in the cellars of the Palacio Güell, the attic of the Bellesguard (Illustration 6) and the crypt of the Colònia Güell (Illustration 11).

4. Conclusions

A geometric analysis of an architectural object reveals the spatial components from which it has been built. This knowledge allows us to understand its form and the design principle behind it. The knowledge of diverse geometric forms also makes it possible to compose architectural space more freely. This is proved by the works of Antonio Gaudi who achieved rational, organized and perfectly logical spatial solution as a result of his studies of geometry and structural mechanics. He found ways to adjust the language of engineering to the structural forms of architecture creating such a masterpiece as the Sagrada Família. It has the structure of a forest with a set of inclined, tree-like columns divided into various branches to support a structure of intertwined hyperboloid vaults. The aspect of combining geometric surfaces with the structure and aesthetics is clearly visible in each of Gaudi's architectural works.

1. Wstęp

W niniejszym artykule zaprezentowano systematykę różnych rodzajów powierzchni geometrycznych w aspekcie ich występowania w dziełach architektonicznych Antonia Gaudiego. Opisano podstawowe grupy powierzchni, skupiając się na powierzchniach charakterystycznych dla twórczości sławnego architekta. Celem analizy form trójwymiarowych jest poznanie, z jakich utworów geometrycznych składa się obiekt architektoniczny. Może to pomóc w zrozumieniu budowy jego bryły, a także przybliżyć zamysł projektowy.

Problematyka powierzchni geometrycznych jest gruntownie przebadana i doskonale opisana w wielu pozycjach z literatury przedmiotu. Można podzielić je na dwa główne nurty: poświęcone zagadnieniom powierzchni w ujęciu ściśle geometrycznym w postaci rozdziałów podręczników oraz publikacje poruszające tę tematykę w aspekcie architektoniczno-budowlanym. Pierwszą grupę reprezentują podręczniki Anny Błach [3] i Stanisława Polańskiego [16], a także prace zespołowe Andrzeja Korynka, Jerzego Mroczkowskiego i Teresy Romaszkiwicz-Białas [8] oraz Stanisława Polańskiego, Aleksandra Kowalewskiego i Jerzego Daniluka [13]. Zagadnienia te w odniesieniu do modelowania w grafice komputerowej porusza w swojej książce Przemysław Kiciak [7]. Matematyczne definicje powierzchni można znaleźć przykładowo w kompendium wiedzy Igora Bronszejna, Konstantina Siemiendajewa, Gerharda Musioła i Heinera Mühliga [4]. Drugą grupę stanowią publikacje dotyczące powierzchni geometrycznych w inżynierii i architekturze. Należy do nich zaliczyć książki: Stefana Przewłockiego [18], Mieczysława Majewskiego [11], Curta Siegela [24] oraz pracę zespołową Stanisława Polańskiego i Jolanty Słomy [17]. Także autor niniejszego artykułu zajmował się występowaniem powierzchni w architekturze oraz opracował graf prezentujący ich systematykę [13].

Kolejnym poruszonym tutaj zagadnieniem jest architektura Antonia Gaudiego. Życiu i twórczości tego architekta poświęcono już ogromną liczbę różnego rodzaju publikacji, żeby wymienić tylko jego biografię

autorstwa Juana Nonella [14] czy Przemysława Słowińskiego [24], a książki Cèsara Martinella [12] i Rainera Zerbsta [30] są wzbogacone o dokładny opis jego twórczości. Ogólne dane związane z najważniejszymi pracami Antonia Gaudiego zawierają przykładowo opracowania: Davida Watkina [30], Davida Mackaya [10], Zdzisławy Tołłoczko [26] czy przewodniki wydawnictwa Wiedza i Życie [19, 20]. Szczegółowy opis wszystkich obiektów można znaleźć w publikacji Moixa Llatzera [9] czy przewodniku pod redakcją Carlosa Giordana i Nicolasa Palmisana [28]. Informacje o samej bazylice Sagrada Família znajdują się w książkach: Jordiego Armengola [1] i Armanda Puigi i Tàrrrech [22], a także w kolejnym przewodniku pod redakcją Carlosa Giordana i Nicolasa Palmisana [27].

Istnieje wiele stron internetowych poświęconych Antoniowi Gaudiemu i jego twórczości, jak np. *The Gaudí & Barcelona Club Associatio* [25].

Większość autorów, opisując obiekty zaprojektowane przez Gaudiego, nie analizuje ich od strony występowania w nich danych rodzajów powierzchni geometrycznych oraz bardzo rzadko zajmuje się konstrukcyjnymi przesłankami ich występowania, wyjątkiem są publikacje: Juana Bassegoda [2], Marii Crippy [5], Carlosa Floresa [6] i Isidry Puig-Boada [21].

2. Systematyka powierzchni

Celem poniższej klasyfikacji utworów geometrycznych jest usystematyzowanie form występujących w obiektach architektonicznych. Struktura architektoniczna, rozumiana jako przestrzeń zbudowana z elementów euklidesowych, jest podstawą analizy architektury w aspekcie geometrycznym. Formy geometryczne w architekturze można podzielić na płaskie (figury geometryczne) oraz trójwymiarowe (bryły i powierzchnie). Figury geometryczne można zaobserwować dopiero na dwuwymiarowych odwzorowaniach trójwymiarowych budowli: w elewacjach, przekrojach, rzutach obiektów budowlanych. Natomiast bryły geometryczne (m.in. wielościany i bryły obrotowe) oraz powierzchnie pojawiają się jako elementy składowe każdego obiektu architektonicznego, ponieważ każda budowla jest kompozycją elementów przestrzennych.

Analizując formę obiektu, można wyodrębnić konkretne rodzaje podstawowych brył lub powierzchni w całości albo w postaci fragmentów. Wiele obiektów należy rozpatrywać po przyjęciu pewnej skali dokładności. Zjawisko zniekształceń podstawowych form geometrycznych związane jest najczęściej z granicami działki, zastanymi elementami zagospodarowania czy też z ideą kompozycyjną projektu.

Matematyczna definicja powierzchni podaje, że jest to zbiór punktów przestrzeni trójwymiarowej o współrzędnych spełniających równanie o postaci: $F(x, y, z) = 0$ lub $z = f(x, y)$ [4, s. 263]. Przy definiowaniu najczęściej występujących powierzchni w architekturze wykorzystuje się dwa elementy: tworzącą oraz kierującą [18, s. 88]. Tworząca jest to linia bazowa, na podstawie której powstaje powierzchnia (w zależności od jej rodzaju powstają powierzchnie prostokreślne – przy prostej lub krzywokreślne – przy krzywej). Kierująca jest to linia, po jakiej porusza się w przestrzeni tworząca, powodując powstanie powierzchni.

Istnieje wiele możliwych podziałów powierzchni ze względu na obrane parametry [15, s. 315–317]. Przyjęto następujący podział na trzy podstawowe grupy powierzchni występujących w architekturze [18, s. 88] (ilustracja 1): prostokreślne¹⁷, krzywoliniowe o stałej tworzącej¹⁸ oraz krzywoliniowe o zmiennej tworzącej¹⁹.

¹⁷ Powierzchnia prostokreślna – powierzchnia o stałej tworzącej będącej linią prostą niezmienną swojego kształtu.

¹⁸ Powierzchnia krzywoliniowa o stałej tworzącej – powierzchnia o stałej tworzącej będącej linią krzywą niezmienną swojego kształtu.

¹⁹ Powierzchnia krzywoliniowa o zmiennej tworzącej – powierzchnia o zmiennej tworzącej będącej linią krzywą zmieniającą swój kształt.

W skład powierzchni prostokreślnych wchodzi całe rodziny powierzchni: Catalana²⁰, stożkowe²¹, walcowe²² oraz inne: kwadrygi z dwiema liniami podwójnymi²³, hiperboloidy jednopowłokowe²⁴ i helikoidy²⁵ [13]. Prawie wszystkie z nich są powierzchniami rozwijalnymi²⁶, wyjątek stanowią: cylindroida oraz kwadrygi z dwiema liniami podwójnymi.

Kolejną grupę tworzą powierzchnie krzywoliniowe o stałej tworzącej: obrotowe krzywoliniowe²⁷, torusoidalne²⁸ i translacyjne²⁹.

Do ostatniej grupy należą powierzchnie krzywoliniowe o zmiennej tworzącej, w skład których wchodzi powierzchnie: klinowe³⁰, paraboliczno-eliptyczne³¹ oraz minimalne³² [13].

²⁰ Powierzchnia Catalana – powierzchnia wyznaczona przez prostą poruszającą się po dwóch liniach kierujących, stale równoległa do zadanej płaszczyzny, ale nie równoległa do stałej prostej. Ze względu na rodzaj kierujących wyróżniamy: cylindroidę (obie kierujące są liniami krzywymi nierównoległymi do płaszczyzny), konoidę (tylko jedna z kierujących jest linią prostą), paraboloidę hiperboliczną (obie kierujące są liniami prostymi).

²¹ Powierzchnia stożkowa – powierzchnia utworzona przez ruch prostej, umocowanej w stałym punkcie „W” i przecinającej krzywą kierującą. Punkt „W” jest punktem właściwym niewspółpłaszczyznowym z daną kierującą. Ze względu na kształt przekroju normalnego wyróżnia się: powierzchnię stożkową obrotową (przekrój normalny – okrąg) lub nieobrotową (przekrój normalny – elipsa, parabola lub hiperbola).

²² Powierzchnia walcowa – powierzchnia stożkowa, w której punkt jest punktem niewłaściwym. Ze względu na kształt przekroju normalnego wyróżnia się powierzchnie walcowe: obrotową (przekrój normalny – okrąg), eliptyczną (przekrój normalny – elipsa), paraboliczną (przekrój normalny – parabola), hiperboliczną (przekrój normalny – hiperbola).

²³ Powierzchnia kwadrygi z dwiema liniami podwójnymi jest to powierzchnia posiadająca kierujące w postaci dwóch linii skośnych oraz krzywej w postaci okręgu, elipsy, paraboli lub hiperboli.

²⁴ Powierzchnia hiperboloidy jednopowłokowej jest to powierzchnia posiadająca kierujące w postaci trzech linii skośnych, nierównoległych do jednej płaszczyzny i do siebie nawzajem.

²⁵ Helikoida (powierzchnia śrubowa) jest to powierzchnia wyznaczona przez prostą poruszającą się ruchem śrubowym, o jednakowym skoku i tym samym kierunku skrętu.

²⁶ Powierzchnia rozwijalna to taka, którą można rozwinąć (czyli nałożyć) na płaszczyznę.

²⁷ Powierzchnia obrotowa krzywoliniowa – powierzchnia wyznaczona przez krzywą podczas ruchu obrotowego dookoła prostej. Ze względu na kształt przekroju przechodzącego przez oś obrotu wyróżniamy: sferę (przekrój – okrąg), elipsoidę obrotową (przekrój – elipsa), paraboloidę obrotową (przekrój – parabola), hiperboloidę obrotową dwupowłokową (przekrój – hiperbola).

²⁸ Powierzchnia torusoidalna – powierzchnia utworzona przez obrót krzywej stożkowej wokół prostej leżącej w płaszczyźnie tej krzywej oraz niebędącej jej osią. Ze względu na kształt przekroju przechodzącego przez oś obrotu wyróżniamy: powierzchnię torusoidalną o przekroju w kształcie okręgu, elipsy, paraboli lub hiperboli.

²⁹ Powierzchnia translacyjna – powierzchnia utworzona przez równoległe przesuwanie linii tworzącej tak, aby jej wierzchołek ślizgał się po linii kierującej leżącej w płaszczyźnie pionowej, prostopadłej do płaszczyzny, w której leży tworząca.

³⁰ Powierzchnia klinowa – powierzchnia wyznaczona przez tworzącą będącą krzywą, ślizgającą się po trzech liniach tak, że jej wierzchołek i dwa końce znajdują się na poszczególnych linach, a kolejne położenia płaszczyzny, do której należy krzywa, są równoległe.

³¹ Powierzchnia paraboliczno-eliptyczna – powierzchnia utworzona poprzez równoległe przesuwanie tworzącej paraboli po paraboli kierującej.

³² Powierzchnia minimalna – powierzchnia posiadająca w każdym punkcie krzywiznę średnią równą zero. Posiada ona najmniejsze pole spośród wszystkich powierzchni rozpiętych nad zadaniem konturem zamkniętym. Wyróżniamy następujące powierzchnie minimalne: katenoida (powstaje poprzez obrót linii łańcuchowej dookoła prostej przechodzącej przez środki okręgów stanowiących linię brzegową) oraz helikoida (powstaje przez poprowadzenie przez każdy punkt linii śrubowej prostej przecinającej oś pod kątem prostym). Jej nazwa pochodzi od jej pokrewieństwa z helisą (linią śrubową) – przez każdy punkt helikoidy przechodzi linia śrubowa całkowicie w niej zawarta. Helikoida jest jedną z pierwszych odkrytych powierzchni minimalnych, jest również powierzchnią prostokreślną.

3. Powierzchnie geometryczne w twórczości Antonia Gaudiego

Powierzchnie są coraz częściej stosowane w architekturze, ponieważ charakteryzują się szczególnymi walorami estetycznymi oraz konstrukcyjnymi. Jednymi z najstarszych ich zastosowań w budownictwie są przekrycia pomieszczeń – sklepienia powstałe na bazie sfery lub powierzchni walcowych. Powierzchnie mogą stanowić konstrukcje samodzielne lub być częściami całego systemu konstrukcyjnego. W celu osiągnięcia ciekawych wrażeń wizualnych nieraz zestawia się kilka powierzchni tego samego typu (ilustracja 5) lub różnych rodzajów. Analizując formę budowli pod względem geometrycznym, można zauważyć całe obiekty lub ich fragmenty powstałe w oparciu o różnorodne rodzaje powierzchni.

Twórczość hiszpańskiego architekta Antonia Gaudiego (1852–1926) [10, 29] cechuje wykorzystanie form geometrycznych, takich jak stożki (ilustracja 7), paraboloidy hiperboliczne, paraboloidy (ilustracja 10), hiperboloidy (ilustracje 4 i 17), helikoidy (ilustracje 8 i 9) oraz wiele innych rodzajów powierzchni (ilustracje 2 i 8). Jego studia nad formami występującymi w przyrodzie doprowadziły do odnalezienia powyższych utworów geometrycznych w licznych obiektach naturalnych, przykładowo w sitowiu, trzcinie czy kościach. Uważał on, że nie ma lepszej struktury od pnia drzewa czy też szkieletu człowieka, a zastosowanie hiperboloidy i helikoidy w obiekcie pozwala na pominięcie ornamentu, co jest związane z ciągłą grą cienia i światła na tak zaprojektowanych elementach [2].

W pracach Gaudiego widać ewolucję w stosowaniu poszczególnych rodzajów linii tworzących (przekrojów normalnych) wykorzystywanych do definiowania powierzchni: od paraboli (ilustracja 5) przez hiperbolę (ilustracja 3) do krzywej łańcuchowej³³. Świadczyć mogą o tym zachowane kolejne modele układów konstrukcyjnych bazyliki Sagrada Família. Pierwszy z nich, neogotycki, powstał w latach 1900–1913 (ilustracja 12) i opierał się głównie na okręgu, a parabola pojawiła się tylko w nawie głównej; kolejny, z lat 1914–1918 (ilustracja 13), wprowadzał już parabolę w konstrukcji całego obiektu, a ostatni, z okresu 1921–1926 (ilustracja 14), wykorzystywał krzywą łamaną w układzie konstrukcyjnym, a hiperbolę przy kształtowaniu sklepień naw (ilustracja 17).

Jego poszukiwania nowych rozwiązań strukturalnych osiągnęły kulminację w latach 1910–1920, kiedy to swoje wieloletnie badania i doświadczenie wykorzystał przy projektowaniu bazyliki Sagrada Família. Jako jeden z pierwszych zastosował w architekturze krzywą łańcuchową, wyznaczając za jej pomocą linie ciśnień oraz wykorzystując przy projektowaniu struktury konstrukcji siły grawitacji. W tym celu wykorzystywał regułę równowagi krzywej łańcuchowej, tworząc modele przestrzenne (ze sznurka), obciążając je równomiernie małymi woreczkami ze śrutem zgodnie z wcześniej obliczonymi obciążeniami statycznymi w stosunku 1:10000 (30). Projektował więc łuki oraz układy podpór w poziomym odbiciu lustrzanym, w którym sznurki tworzyły statyczne rusztowanie ustawione podstawą ku górze (30). Zachowały się dwa takie modele: dla krypty Colònia Güell (ilustracja 15) oraz dla przęsła bazyliki Sagrada Família (ilustracja 16). Tak skonstruowane łuki i powierzchnie walcowe wraz z odpowiednio nachylonymi kolumnami (ilustracja 11) tworzyły strukturę idealnie przenoszącą statyczne siły rozpięające bez potrzeby zastosowania przypór wymaganych w stylu neogotyckim [6]. Powierzchnie oparte na tej krzywej znajdziemy również w takich obiektach, jak Casa Milà czy Kolegium Terezańskie, lecz to krypta Colònia Güell była poligonem doświadczalnym dla stanowiącej ukoronowanie tych badań bazyliki Sagrada Família.

Dodatkowym atutem powierzchni opartych na krzywej łańcuchowej było to, że można je było formować z taniego w czasach Gaudiego materiału budowlanego – cegły. Użyto jej przykładowo w piwnicach Palacio Güell, na poddaszu w Bellesguard (ilustracja 6) i krypcie Colònia Güell (ilustracja 11).

³³ Krzywa łańcuchowa jest to krzywa płaska opisująca kształt doskonale nierozciągliwej i nieskończonej wiotkiej nici o niezerowej masie swobodnie zwisającej pomiędzy dwiema różnymi podporami w jednorodnym polu grawitacyjnym. Opisuje ją funkcja cosinus hiperboliczny. Jej wykres jest zbliżony do paraboli, lecz nie identyczny.

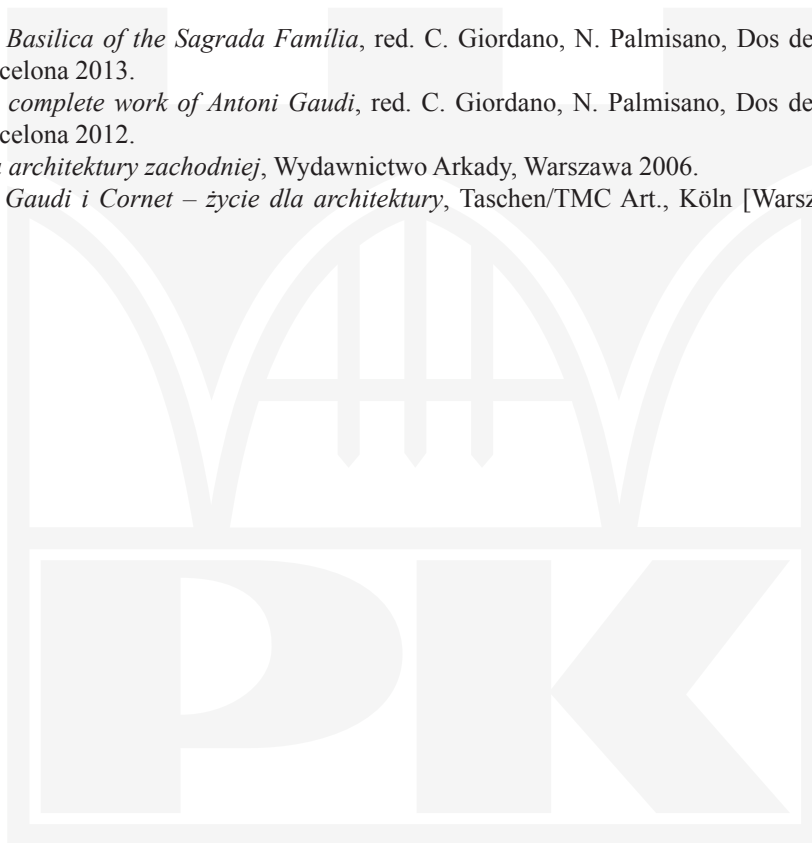
4. Podsumowanie

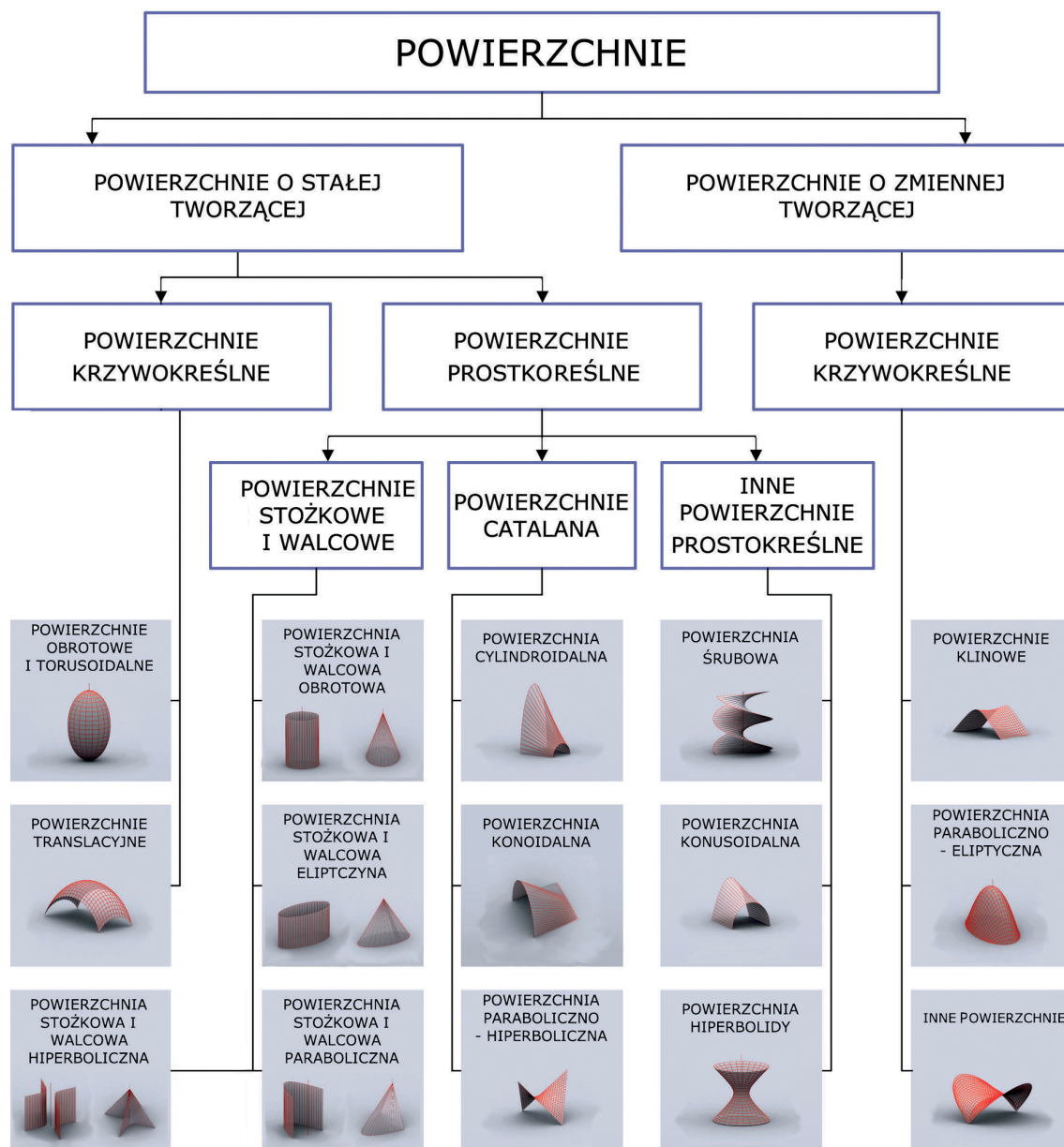
Geometryczna analiza obiektu architektonicznego pozwala na poznanie, z jakich utworów przestrzennych jest on zbudowany. Wiedza ta daje podstawy do zrozumienia jego formy i może przybliżyć zamysł projektowy. Znajomość różnorodności form geometrycznych ułatwia także swobodniejsze komponowanie przestrzeni architektonicznej. Świadczyć może o tym twórczość Antonia Gaudiego, który dzięki badaniom geometrii i mechaniki budowli uzyskał racjonalne, zorganizowane i doskonale logiczne rozwiązania przestrzenne. Odkrył on sposób na dostosowanie języka inżynierii do form strukturalnych architektury, tworząc takie arcydzieło, jak bazylika Sagrada Família. Ma ona strukturę lasu, ze zbiorem przypominających drzewa nachylonych kolumn, podzielonych na różne gałęzie wspierające strukturę przeplatających się hiperboloidalnych sklepień. Aspekt powiązania powierzchni geometrycznych z konstrukcją i estetyką w architekturze Antonia Gaudiego jest widoczny w każdym jego dziele.

References/Literatura

- [1] Armengol J.B., Puig A., *Arquitectura i símbol a la Sagrada Família*, Editorial Pòrtic, Barcelona 2013.
- [2] Bassegoda J., *Gaudí o espacio, luz y equilibrio*, Criterio Libros, Madrid 2002.
- [3] Błach A., *Geometria. Przegląd wybranych zagadnień dla uczniów i studentów*, Wydawnictwo Arkady, Warszawa 1998.
- [4] Bronsztejn I.N., Siemiendajew K.A., Musiol G., Muhling H., *Nowoczesne kompendium matematyczne*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2014.
- [5] Crippa M.A., *Gaudí*, Taschen GmbH, Cologne 2003.
- [6] Flores C., *Les lliçons de Gaudí*, Empúries, Barcelona 2002.
- [7] Kiciak P., *Podstawy modelowania krzywych i powierzchni. Zastosowania w grafice komputerowej*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2005.
- [8] Korynek A., Mroczkowski J., Romaszkiwicz-Białas T., *Geometria wykreślna, wybrane zagadnienia dla architektów*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2007.
- [9] Llatzer M., *Barcelona, The City of Gaudi*, Triangle Postal, Sant Lluís 2008.
- [10] Mackay D., *Modern Architecture in Barcelona 1854–1939*, Blackwell Science Ltd, Oxford 1989.
- [11] Majewski M., *Przekrycia powłokowe – geometryczne kształtowanie w projektowaniu architektonicznym*, Politechnika Szczecińska, Szczecin 1997.
- [12] Martinell C., *Gaudi: His Life, His Theories, His Work*, MIT Press, Cambridge 1975.
- [13] Nassery F., *Zagadnienia geometryczne występujące w tworzeniu struktur architektonicznych*, praca doktorska niepublikowana, Kraków 2011.
- [14] Nonell J.B., *Antonio Gaudi: Master Architect*, Abbeville Press, New York 2001.
- [15] Polański S., Kowalewski A., Daniluk J., *Geometria dla konstruktorów*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1965.
- [16] Polański S., *Rozwinięcia powierzchni*, PWN, Warszawa 1961.
- [17] Polański S., Słoma J., *Geometria powłok budowlanych*, PWN, Warszawa 1986.
- [18] Przewłocki S., *Geometria wykreślna w budownictwie*, Wydawnictwo Arkady, Warszawa 1997.
- [19] *Przewodniki Wiedzy i Życia. Barcelona i Katalonia*, red. Williams R., Wiedza i Życie, Warszawa 2013.
- [20] *Przewodniki Wiedzy i Życia. Hiszpania*, Ardagh J., Baird D., Gallagher M. A., Harward V., Hopkins A., Hunt L., Inman N., Richardson P., Symington M., Tisdall N., Williams R., Wiedza i Życie, Warszawa 2008.
- [21] Puig-Boada I., *El pensament de Gaudí*, Dux Editorial S. L., Barcelona 2004.

- [22] Puig i Tàrrach A., *La Sagrada Família según Gaudí: Comprender un símbolo*, El Aleph Editores, Barcelona 2011.
- [23] Siegiel C., *Formy strukturalne w nowoczesnej architekturze*, Wydawnictwo Arkady, Warszawa 1974.
- [24] Słowiński P., *Antonio Gaudí Kapłan piękna z Barcelony*, Wydawnictwa Videograf S.A., Chorzów 2014.
- [25] The Gaudí & Barcelona Club Associatio (online) Gaudí & Barcelona Club Associatio homepage: http://www.gaudiclub.com/ingles/i_equipo/us.asp (dostęp: 30.05.2014).
- [26] Tołłoczko Z., *Główne nurty historyzmu i eklektyzmu w sztuce XIX wieku. Podręcznik dla studentów wyższych szkół technicznych*, t. 1: *Architektura*, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 2005.
- [27] *Visual guide to the Basilica of the Sagrada Família*, red. C. Giordano, N. Palmisano, Dos de Arte Ediciones S.L., Barcelona 2013.
- [28] *Visual guide to the complete work of Antoni Gaudí*, red. C. Giordano, N. Palmisano, Dos de Arte Ediciones S.L., Barcelona 2012.
- [29] Watkin D., *Historia architektury zachodniej*, Wydawnictwo Arkady, Warszawa 2006.
- [30] Zerbst R., *Antonio Gaudí i Cornet – życie dla architektury*, Taschen/TMC Art., Köln [Warszawa] 2010.





III. 1. Division of Surfaces in Architectural Design (author, 2014)

II. 1. Podział powierzchni stosowanych w architekturze (rys. autor, 2014)



III. 2. Casa Batlló. Passeig de Gràcia 43. Barcelona. Antonio Gaudí 1904–1906 (photo by author, 2014)

II. 2. Casa Batlló – salon na I piętrze. Passeig de Gràcia 43. Barcelona. Antonio Gaudí 1904–1906 (fot. autor, 2014)

III. 3. Casa Batlló. Passeig de Gràcia 43. Barcelona. Antonio Gaudí 1904–1906 (photo by author, 2014)

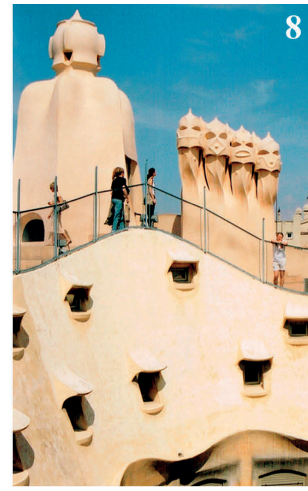
II. 3. Casa Batlló – pomieszczenie na poddaszu. Passeig de Gràcia 43. Barcelona. Antonio Gaudí 1904–1906 (fot. autor, 2014)

III. 4. Sagrada Família. Barcelona. Antonio Gaudí 1883 until (photo by author, 2014)

II. 4. Bazylika Sagrada Família – nawa główna. Barcelona. Antonio Gaudí 1883 do dziś (fot. autor, 2014)

III. 5. Casa Batlló. Passeig de Gràcia 43. Barcelona. Antonio Gaudí 1904–1906 (photo by author, 2014)

II. 5. Casa Batlló – korytarz na poddaszu. Passeig de Gràcia 43. Barcelona. Antonio Gaudí 1904–1906 (fot. autor, 2014)



III. 6. Bellesguard. Carrer de Bellesguard. Barcelona. Antonio Gaudi 1900–1909 (photo by author, 2014)

II. 6. Bellesguard – pomieszczenie na poddaszu. Carrer de Bellesguard. Barcelona. Antonio Gaudi 1900–1909 (fot. autor, 2014)

III. 7. Palacio Güell. Carrer Nou de la Rambla 3–5. Barcelona. Antonio Gaudi 1886–1889 (photo by author, 2014)

II. 7. Palacio Güell – dach. Carrer Nou de la Rambla 3–5. Barcelona. Antonio Gaudi 1886–1889 (fot. autor, 2014)

III. 8. Casa Milà. Passeig de Gràcia 92. Barcelona. Antonio Gaudi 1906–1910 (photo by author, 2014)

II. 8. Casa Milà – dach. Passeig de Gràcia 92. Barcelona. Antonio Gaudi 1906–1910 (fot. autor, 2014)

III. 9. Sagrada Família. Barcelona. Antonio Gaudi 1883 until (photo by author, 2014)

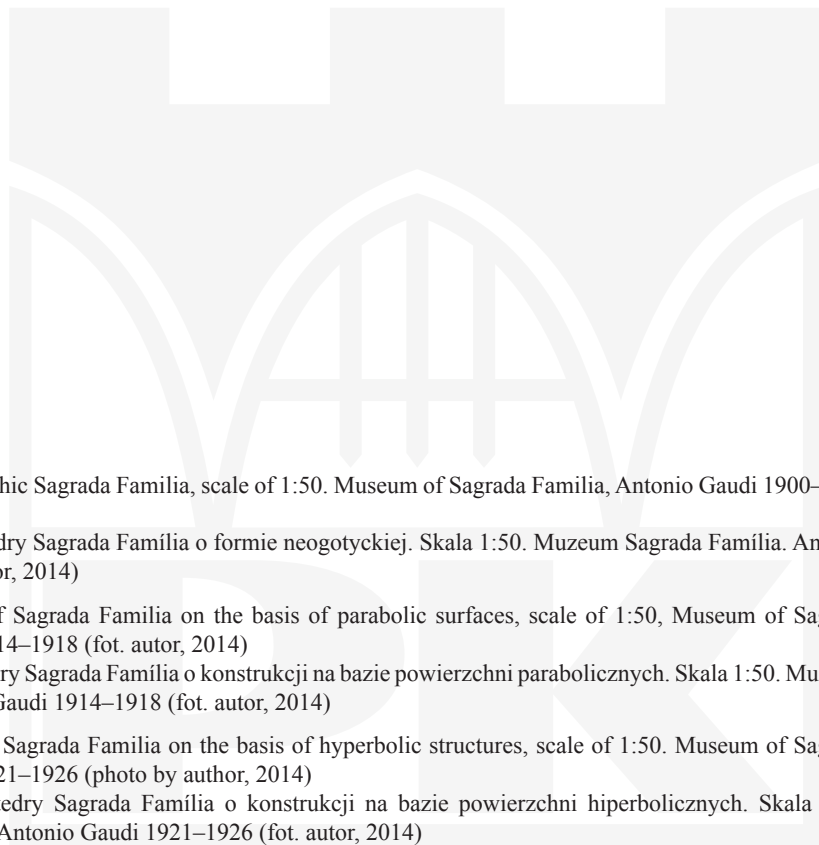
II. 9. Bazylika Sagrada Família – wewnętrzna klatka schodowa. Barcelona. Antonio Gaudi 1883 do dziś (fot. autor, 2014)

III. 10. Palacio Güell. Carrer Nou de la Rambla 3–5. Barcelona. Antonio Gaudi 1886–1889 (photo by author, 2014)

II. 10. Palacio Güell. Carrer Nou de la Rambla 3–5. Barcelona. Antonio Gaudi 1886–1889 (fot. autor, 2014)

III. 11. Crypt of the Colònia Güell. Calle Claudi Güell. Santa Coloma de Cervelló. Antonio Gaudi 1898–1917 (photo by author, 2014)

II. 11. Krypta Colònia Güell. Calle Claudi Güell. Santa Coloma de Cervelló. Antonio Gaudi 1898–1917 (fot. autor, 2014)



III. 12. Model of the neogothic Sagrada Família, scale of 1:50. Museum of Sagrada Família, Antonio Gaudi 1900–1913 (fot. autor, 2014)

II. 12. Model projektu katedry Sagrada Família o formie neogotyckiej. Skala 1:50. Muzeum Sagrada Família. Antonio Gaudi 1900–1913 (fot. autor, 2014)

III. 13. Model of design of Sagrada Família on the basis of parabolic surfaces, scale of 1:50, Museum of Sagrada Família, Antonio Gaudi 1914–1918 (fot. autor, 2014)

II. 13. Model projektu katedry Sagrada Família o konstrukcji na bazie powierzchni parabolicznych. Skala 1:50. Muzeum Sagrada Família. Antonio Gaudi 1914–1918 (fot. autor, 2014)

III. 14. Model of design of Sagrada Família on the basis of hyperbolic structures, scale of 1:50. Museum of Sagrada Família. Antonio Gaudi 1921–1926 (photo by author, 2014)

II. 14. Model projektu katedry Sagrada Família o konstrukcji na bazie powierzchni hiperbolicznych. Skala 1:50. Muzeum Sagrada Família. Antonio Gaudi 1921–1926 (fot. autor, 2014)

III. 15. Model of optimization of a structure fragment of the crypt of the Colònia Güell. Museum of Sagrada Família, Antonio Gaudi (fot. autor, 2014)

II. 15. Model optymalizacji fragmentu konstrukcji Krypta Colònia Güell. Muzeum Sagrada Família. Antonio Gaudi (fot. autor, 2014)

III. 16. Model of optimization of a fragment of construction of the nave in Sagrada Família, Museum of Sagrada Família, Antonio Gaudi (fot. autor, 2014)

II. 16. Model optymalizacji fragmentu konstrukcji nawy głównej bazyliki Sagrada Família. Muzeum Sagrada Família. Antonio Gaudi (fot. autor, 2014)

III. 17. Model of hyperboloid vaults in the Sagrada Família. Museum of Sagrada Família (photo by author, 2014)

II. 17. Model sklepień na bazie powierzchni hiperbolicznych w bazylice Sagrada Família. Muzeum Sagrada Família (fot. autor, 2014)

