

*Piotr Lukowski*

## Analiza dwóch paradoksów starożytnych: Euathlosa oraz Krokodyla<sup>1</sup>

Rozważane dwa paradoksy mają pewną cechę wspólną, dlatego też ich analiza stanowi treść jednego artykułu. Tym wspólnym, łączącym je problemem jest niefortunne sformułowanie umowy. Słowne wyrażenie danej umowy często pociąga za sobą możliwość różnorodnej interpretacji, która może mieć kluczowe znaczenie dla rozwiązania analizowanego problemu. W przypadku obu paradoksów mamy do czynienia nie tylko z umową implikującą niemożność jej realizacji, lecz również z możliwością istotnie różnych interpretacji tej umowy. Co więcej, to właśnie od interpretacji, czyli sposobu rozumienia umowy, zależy to, czy generuje ona sprzeczność, czy nie.

### *1. Paradoks Euathlosa*

Paradoks Euathlosa jest kojarzony z logiką deontyczną. Oczywiście, biorąc pod uwagę prawniczą stronę tego paradoksu, może się wydawać, iż jego rozwiązanie winno wykorzystywać operatory deontyczne. Okazuje się jednak, że paradoks ten można rozwiązać w sposób niemalże banalny. Można bowiem dostrzec w nim klasyczny błąd wieloznaczności.

Przypomnijmy, Euathlos był uczniem Protagorasa. Zaakceptowana przez obu umowa dotycząca zapłaty za naukę brzmiała następująco: Euathlos zapłaci Protagorasowi za naukę tylko wów-

---

<sup>1</sup> Autor pragnie podziękować Panu Prof. Andrzejowi Grzegorzcykowi za cenne uwagi które zaowocowały pełniejszą analizą omawianych w pracy problemów, oraz Panu Dr. hab. Ryszardowi Kleszczowi za sugestie umożliwiające znaczne poprawienie tekstu.

czas (a zatem wtedy i tylko wtedy), gdy wygra pierwszą sprawę sądową, jakiej się podejmie po zakończeniu swojej edukacji u Protagorasa. Mistrz spodziewał się, iż rozstrzygnięcie problemu zapłaty nastąpi krótko po zakończeniu nauki. Tymczasem okazało się, że Euathlos zwlekał z rozpoczęciem prawniczej praktyki. Sprovokowało to Protagorasa do rozważenia możliwości wystąpienia na drogę sądową przeciwko Euathlosowi.

Protagoras był pewny, że bez względu na wynik takiego procesu rychło otrzyma zapracowane przez siebie pieniądze. Jeśli bowiem przegra proces z uczniem, to otrzyma zapłatę na mocy zawartej umowy. W przypadku swojej wygranej pieniądze dostanie decyzją sądu. Okazało się jednak, że te same fakty Euathlos zinterpretował przeciwnie. Twierdził on bowiem, iż jako przegrany w procesie nie może zapłacić Protagorasowi, bo byłoby to sprzeczne z ich umową, przegrał przecież swoją pierwszą sprawę sądową. Oczywiście, jako zwycięzca w procesie, zgodnie z decyzją sądu, także nie może zapłacić pieniędzy.

Mamy tu zatem przypadek, w którym opis fragmentu rzeczywistości przyjmuje postać sprzecznego zbioru zdań. Zakładając, iż rzeczywistość musi być wolna od sprzeczności, przyczyny tego problemu należy poszukiwać w wyżej przedstawionym językowym opisie.

Ten sławny paradoks może mieć swój zupełnie trywialny odpowiednik. Załóżmy mianowicie, że dwóm dowolnie wybranym, ale różnym obiektom nadamy tę samą nazwę. Uzyskanie wówczas sprzeczności jest sprawą niezwykle prostą. Wystarczy wykorzystać jedną jedyną cechę różniącą oba obiekty, aby zdania o nich mówiące nie mogły być jednocześnie prawdziwe. Załóżmy, że dwie nazwy „wróbel” oraz „słoń” zastępujemy jedną wspólną nazwą „a”. Powiemy wówczas zgodnie z prawdą i jednocześnie wbrew prawdzie, że „a może fruwać” i „a nie może fruwać”. Sprzeczność, jaką uzyskaliśmy, jest wynikiem zastosowania zbyt ubogiego języka. Czy u podstaw rozważanego przez nas paradoksu nie leży podobna przyczyna? Zamiast używać w każdym kontekście jednego i tego samego zwrotu „zapłacić pieniądze” wystarczy, aby w odpowiednich okolicznościach stosować zwrot „zapłacić wynikające z umowy honorarium”, w innych zaś „zapłacić nakazaną przez sąd grzywnę”. Okazuje się bowiem, że tak prosty zabieg usuwa niepożądaną sprzeczność. Przyjmijmy, że Euathlos wygrywa proces. Zgodnie z umową, musi więc zapłacić honorarium. Jednocześnie jednak, decyzją sądu, nie zapłaci grzywny. W przypadku gdy zwycięzca procesu

będzie Protagoras, sytuacja będzie odwrotna – Euathlos nie zapłaci honorarium, lecz będzie musiał zapłacić grzywnę.

Jak widać, w sporze Protagorasa z Euathlosem w obu przypadkach zwycięstwo należy do mistrza. To on bowiem, bez względu na wynik procesu, zawsze dostanie pieniądze od swojego ucznia, nie jest jedynie przesądzone, czy będzie to honorarium, czy grzywna. Oznacza to, że Euathlos w obu przypadkach musi zapłacić pieniądze, sprzeczności zaś nie ma żadnej. Gwoli ścisłości należy zauważyć, że może się tak stać, że przegrywając proces Protagoras będzie musiał zapłacić jakąś grzywnę, lecz nie ma to oczywiście żadnego znaczenia z punktu widzenia analizowanego paradoksu. Zauważmy również, że w nowej, klarownej już sytuacji Euathlos ma możliwość snucia całkiem przyziemnych, choć zupełnie naturalnych spekulacji, a mianowicie, co się bardziej opłaca: zapłacić honorarium czy grzywnę. Te dwie płatności mogą się przecież różnić, przegranie zaś swojej pierwszej sprawy sądowej może niekorzystnie wpłynąć na prawniczą reputację Euathlosa.

Rozwiązanie to może jednak budzić pewne wątpliwości. Wydaje się, że należałoby jeszcze rozważyć, czy aby przedmiot rozprawy sądowej nie ma wpływu na paradoksalność całej sytuacji. Jeśli bowiem Protagoras wytoczy Euathlosowi sprawę nie związaną z ich sporem, to jasne jest, że powyższa propozycja skutecznie usuwa analizowany paradoks. Przyjmijmy, że przedmiotem rozprawy jest postawa Euathlosa. Sprawa między Protagorasem a Euathlosem, jeśli miałyby rozstrzygnąć spór, do jakiego między nimi doszło, winna jednak dotyczyć nie tyle zapłaty za naukę, a właściwie jej niezaisnienia, ile niepodjęcia się przez Euathlosa pierwszej sprawy sądowej. Nie ma to jednak większego znaczenia, w jaki konkretnie sposób pozew został sformułowany. Co więcej, wynik rozprawy wcale nie jest sprawą przesądzoną. Zauważmy bowiem, że chociaż jasne jest, że nauczyciel powinien za swą pracę zostać wynagrodzony, to jednak Protagoras powinien przewidzieć ewentualne konsekwencje zawarcia takiej a nie innej umowy. W końcu to on był mistrzem, a nie uczniem, który na dodatek jeszcze nie rozpoczął nauki. Protagoras wyraźnie zapomniał o tym, aby umowa zmuszała Euathlosa do podjęcia się w określonym czasie jakiegokolwiek sprawy sądowej. Nauczyciel zawarł przecież umowę, zgodnie z którą zapłata za naukę nastąpi, jeśli zajdzie sytuacja, w której uczeń wygra swoją pierw-

szą sprawę. Tymczasem taka sytuacja zajść nie musi. To, czy Euathlos wygra sprawę, czy przegra, zależy bowiem od tego, czy się jej w ogóle podejmie. Oznacza to, że w rzeczywistości honorarium zależy od więcej niż jednego czynnika, podczas gdy umowa uwzględnia tylko jeden. Niech więc rozstrzygnięcie tego, czy Euathlos miał prawo ociągać się z rozpoczęciem praktyki sądowej, pozostanie problemem sądu. My rozważmy wszystkie możliwe przypadki, czyli w tych okolicznościach dwie sytuacje: przegraną Euathlosa i jego wygraną. Jeśli sąd uzna rację Protagorasa, czyli orzeknie, iż nie wolno było uczniowi unikać podjęcia sprawy sądowej, to z jednej strony Euathlos będzie musiał zapłacić grzywnę, z drugiej zaś jako ten, który przegrał swoją pierwszą sprawę sądową, nie będzie już nigdy musiał zapłacić za naukę. Założmy teraz, że sąd uzna racje Euathlosa, czyli orzeknie, iż uczeń nie musiał podejmować żadnej sprawy sądowej. Tym samym zwycięzcą zostanie uczeń i jako taki musi zapłacić honorarium za naukę, chociaż grzywny nie zapłaci. Jak widać, otrzymanie przez nauczyciela pieniędzy nie zależy od wyniku tego procesu. Ostateczny wynik rozprawy ma jedynie wpływ na to, czy uczeń zapłaci grzywnę, czy honorarium. Oczywiście, jeśli w przypadku swojej wygranej Euathlos nie zapłaci honorarium, czeka go kolejna rozprawa sądowa, którą najprawdopodobniej przegra. Przedmiotem drugiej rozprawy będzie tym razem niedotrzymanie przez Euathlosa umowy, czyli niezapłacenie za naukę.

Na uwagę zasługuje jeszcze jeden bardzo istotny problem. Otóż tak, jak to zostało odnotowane we wstępie, samo sformułowanie analizowanej umowy ma istotny wpływ na możliwość jej realizacji. Przecież przeświadczenie o tym, że sprzeczność nie może się zrealizować w rzeczywistości, nie zabezpiecza przed zawarciem umowy, która jako generująca sprzeczność jest niemożliwa do realizacji. Okazuje się, że umowa, jaką zawarli Protagoras z Euathlosem, również może prowadzić do sprzeczności nawet wówczas, gdy precyzja mówienia chroni nas przed niebezpieczeństwem wieloznaczności. Przecież bez względu na przedmiot procesu Protagorasa z Euathlosem sąd nie może postąpić zupełnie dowolnie nawet wówczas, gdyby chciał kierować się poczuciem sprawiedliwości. Oczywiście, sędziowie mogą nałożyć na ucznia grzywnę, rozumianą w całej dotychczasowej analizie jako forma z jednej strony zadośćuczynienia, z drugiej zaś – kara za próbę uniknięcia zapłacenia za naukę. Naturalnie, zadośćuczynienie to może

być niższe albo nawet wyższe aniżeli honorarium; jest to znów problem wyłącznie sędziów. To, czego sąd nie może jednak uczynić, to nakazać Euathlosowi zapłacenie samego honorarium. W przeciwnym razie to sąd złamałby postanowienia wynikające z umowy. Gdyby bowiem sędziowie w wyniku pierwszej rozprawy nakazali Euathlosowi zapłacenie honorarium, to oznaczałoby to, iż uczeń przegrał swoją pierwszą sprawę sądową, a więc zgodnie z umową nie może zapłacić za naukę. Przypuśćmy bowiem, że zachowując pełną precyzję formułowania myśli, jeszcze raz wyrazimy paradoks Eusthlosa w sposób następujący:

Ehathlos zapłaci Protagorasowi za naukę wtedy i tylko wtedy, gdy wygra swój pierwszy proces.

Stosując zaproponowaną przez A. Grzegorzcyka w pracy *Logika popularna* analizę wykorzystującą klasyczny rachunek zdaniowy, możemy umowę zapisać symbolicznie w sposób następujący:

$$(1) \quad p \leftrightarrow q$$

gdzie  $p$  oznacza zdanie *Euathlos jest zobowiązany zapłacić Protagorasowi za naukę*, natomiast  $q$  zdanie *Euathlos wygrał swój pierwszy proces*. Rozważmy jeszcze dwa zdania:  $r$ : *sąd nakazuje, aby Euathlos zapłacił Protagorasowi za naukę* oraz  $s$ : *Euathlos przegrał swój pierwszy proces*. Należy zauważyć, że nasze rozumowanie wykorzystuje trzy założenia entymematyczne<sup>2</sup>. Pierwsze stwierdza, że niewygranie procesu jest tożsame z jego przegraniem, a nieprzegraniem z wygraniem; drugie, że jeśli sąd nakaze Euathlosowi zapłacić za naukę, to oznaczać to będzie, że Euathlos przegrał proces; trzecie zaś, że jeśli sąd nakaze Euathlosowi zapłacić za naukę, to Euathlos jest zobowiązany zapłacić za naukę. Symbolicznie:

$$(2) \quad \neg q \leftrightarrow s$$

$$(3) \quad r \rightarrow s$$

$$(4) \quad r \rightarrow p$$

Oczywiście, (2) jest symbolicznym zapisem nie pierwszego entymematu, lecz zdania, które z niego wynika: niewygranie przez Euathlosa sprawy sądowej jest równoważne z jej przegraniem. Tymczasem nasze założenie mówi o tym, że niewygranie dowolnej sprawy (nie tylko sprawy Euathlosa) jest jej przegraniem. Ponie-

<sup>2</sup> Przesłanka entymematyczna to zdanie wykorzystywane w dowodzie, lecz nie wypowiedziane ze względu na swoją oczywistość.

waż tautologią klasycznego rachunku zdań w metajęzykowym zapisie jest:

$$(T1) \quad (\alpha \leftrightarrow \beta) \rightarrow (\neg\alpha \leftrightarrow \neg\beta)$$

a regułą tego rachunku jest Modus Ponens, również w metajęzykowym zapisie:

(MP) z przesłanek  $\{\alpha, (\alpha \rightarrow \beta)\}$  wynika wniosek  $\beta$

gdzie  $a$  i  $b$  są metajęzykowymi symbolami za które można podstawić dowolne zdania języka; z przesłanek (1) oraz (T1) na mocy MP wynika:

$$(1') \quad \neg p \leftrightarrow \neg q$$

Kolejnymi użytecznymi w naszym rozumowaniu tautologiami są:

$$(T2) \quad (\alpha \leftrightarrow \beta) \rightarrow (\beta \leftrightarrow \alpha)$$

$$(T3) \quad (\alpha \leftrightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$$

$$(T4) \quad (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\beta \rightarrow \delta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \delta))$$

Z (T2), (T3) i (1'), jak również z (T2), (T3) i (2), w obu przypadkach na mocy (MP), wynika, że:

$$(1'') \quad \neg q \rightarrow \neg p$$

$$(2') \quad s \rightarrow \neg q$$

Stosując dwukrotnie (MP) do (T4), (3) oraz (2'), mamy:

$$(5) \quad r \rightarrow \neg q$$

Ponownie dwukrotne zastosowanie (MP) do (T4), (5) oraz (1'') daje:

$$(6) \quad r \rightarrow \neg p$$

Wykorzystując (MP) do (4), (6) oraz kolejnej tautologii:

$$(T4) \quad (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \neg\beta) \rightarrow \neg\alpha)$$

wnioskujemy, że:

$$(7) \quad \neg r.$$

Tak więc zostało dowiedzione, że z przyjętej umowy oraz z oczywistych związków logicznych zachodzących między zdaniami opisującymi rozważaną sytuację wynika, że sąd nie może nakazać, aby Euathlos zapłacił Protagorasowi za naukę. Oczywiście, zdanie symbolizowane przez  $r$  prowadzi do sprzeczności. Jeśli bowiem przyjmiemy  $r$ , wówczas na mocy (MP) wprost z (4) i (6) wnioskujemy, że:

$$(8) \quad p \text{ oraz } \neg p$$

co wobec kolejnej klasycznej tautologii:

$$(T5) \quad \alpha \rightarrow (\beta \rightarrow (\alpha \wedge \beta))$$

prowadzi do formuły wyrażającej sprzeczność:

$$(9) \quad p \wedge \neg p$$

W logice klasycznej, jeśli z jakiegoś zdania z wynika koniunkcja dwóch zdań, z których jedno jest zaprzeczeniem drugiego, wówczas ze zdania z wynika każde zdanie. Tak więc ze zdania  $r$  wynika m.in.:

$$(10) \quad \neg(p \leftrightarrow q)$$

czyli zaprzeczenie przyjętej przez Protagorasa i Euathlosa umowy.

Pewnym utrudnieniem rozwiązania paradoksu Euathlosa może być następujące, zaproponowane przez A. Grzegorzcyka uogólnienie zdania wyrażającego umowę:

Euathlos zapłaci Protagorasowi za naukę wtedy i tylko wtedy, gdy Euathlos wygra jakiś proces.

W tym przypadku unikanie zapłacenia za naukę może zostać osiągnięte nie tylko przez niepodejmowanie spraw sądowych, lecz także przez konsekwentne przegrywanie przez Euathlosa wszystkich spraw, których by się podjął. Ta dodatkowa możliwość niezapłacenia za naukę nie czyni nowej umowy bardziej atrakcyjną dla Euathlosa. Przegrywanie każdej sprawy sądowej jest chyba gorsze dla prawnika aniżeli zaniechanie na pewien czas praktyki sądowej. Również tym razem, sąd nie może nakazać Euathlosowi zapłacenia za naukę. O ile jednak w przypadku umowy wyrażonej przez schemat (1) wyrok pierwszej rozprawy, jaki by nie był, rozstrzyga problem, o tyle teraz każda przegrana przez Euathlosa sprawa oznacza, że rozstrzygnięcie problemu wciąż nie nastąpiło. Tak czy inaczej, dopóki Euathlos nie wygra jakiejś sprawy sądowej, dopóty sąd nie może nakazać Euathlosowi zapłacenia za naukę, chociaż z nieco innego powodu aniżeli w pierwszym formalnie analizowanym przypadku. Teraz nakazanie przez sąd zapłacenia za naukę nie musi prowadzić do sprzeczności. Przegranie konkretnej sprawy sądowej nie jest przecież równoważne z przegraną wszystkich przyszłych spraw (zakładamy, że skoro doszło do rozprawy, wszystkie dotychczasowe zakończyły się przegraną Euathlosa). Występujące w pierwszej umowie zdanie: *Euathlos wygra swój pierwszy proces* nie prowadzi do wieloznaczności, z którą wiąże się zdanie drugiej umowy: *Euathlos wygra jakiś proces*. W przypadku pierwszego zdania jasne jest, że słowo *wygra* dotyczyć może wyłącznie aktualnego, bo pierwszego procesu. W drugim przypad-

ku istnieje natomiast możliwość dwojakiego rozumienia słowa *wygra*. W pierwszym znaczeniu słowo to może się odnosić do aktualnej rozprawy oraz do wszystkich spraw Euathlosa, do jakich do tej pory doszło, w drugim zaś do wszelkich sądowych rozpraw, w których Euathlos już był lub dopiero będzie stroną. Jeśli więc zdanie: *Euathlos wygra jakiś proces* należy rozumieć jako odnoszące się wyłącznie do toczącej się rozprawy i do wszystkich rozpraw, które odbyły się do tej pory (oczywiście zakładamy, że wszystkie były przez ucznia przegrane), wówczas jasne jest, że sąd nie może bez popadnięcia w sprzeczność nakazać Euathlosowi zapłacenia za naukę. W tym przypadku obowiązuje bowiem to samo rozumowanie, którego formalizacja została już przedstawiona. Skoro jednak zdanie to odnosi się również do każdej sprawy sądowej, do jakiej może dojść także w przyszłości, wówczas gdyby sąd był w stanie dowieść tego, że Euathlos wygra jakąś sprawę w przyszłości, mógłby nakazać Euathlosowi zapłacenie za naukę już teraz. Ponieważ prawdopodobnie żaden sąd nie jest w stanie przedstawić podobnego dowodu, również w tym przypadku sędziowie nie mogą nakazać Euathlosowi zapłacenia za naukę, chociaż trudno tu mówić o jakiegokolwiek sprzeczności.

Jak widać, paradoks Euathlosa z jednej strony pokazuje, iż unikając wieloznaczności, można problem rozprawy rozwiązać, z drugiej zaś strony ujawnia fakt, iż takie a nie inne sformułowanie umowy w istotny sposób może ograniczyć działanie sądu. Zresztą to, że sąd nie jest w stanie nakazać uczniowi zapłacenia za naukę, nie wynika z niczego innego niż z konieczności uniknięcia utożsamienia kary sądowej z honorarium.

## 2. Paradoks krokodyla

Jak zauważa K. Ajdukiewicz w książce *Paradoksy starożytnych (Język i Poznanie, t. 1, PWN 1985)*, w paradoksach Euathlosa i krokodyla występuje podobne rozumowanie. Co więcej, tak jak to już zostało zauważone wcześniej, ich podobieństwo dotyczy także przyczyny sprzeczności pojawiających się w obu rozumowaniach. W pierwszym przypadku jest nią niefortunne sformułowanie umowy, jaką zawarli Protagoras i Euathlos, w drugim zaś w podobnie niefortunny sposób doszli do porozumienia krokodyl i matka. Oczy-



wiecie, krokodyl działał wyraźnie z pozycji siły i matka nie miała innego wyjścia niż przystać na jego propozycję. Okazuje się również, że dla rozwiązania obu paradoksów kluczowe znaczenie ma interpretacja albo inaczej: sposób rozumienia istotnych dla nich problemów.

Przypomnijmy: krokodyl obiecał, że odda matce jej dziecko, jeśli ta odpowie prawdziwie na jego pytanie: *Czy ja ci dziecko oddam?* Odpowiedź matki jest przecząca. W zacytowanej w poprzednim akapicie pracy autor podaje schemat rozumowania ujawniającego sprzeczność przyjętych założeń:

jeżeli matka powie, że  $Z$ , wówczas, jeżeli  $Z$ , to krokodyl odda dziecko, zaś jeżeli nie- $Z$ , to krokodyl nie odda dziecka.

Ponieważ matka powiedziała: *ty mi dziecka nie oddasz*, co można zastąpić zdaniem: *krokodyl nie odda dziecka*, to podstawiając je za  $Z$ , otrzymujemy:

*jeżeli matka powie, że krokodyl nie odda dziecka, wówczas, jeżeli krokodyl nie odda dziecka, to krokodyl odda dziecko, zaś jeżeli krokodyl odda dziecko, to krokodyl nie odda dziecka.*

Kontynuując to rozumowanie, K. Ajdukiewicz zauważa, że skoro tautologiami klasycznego rachunku zdań są:

$$(\neg Z \rightarrow Z) \rightarrow Z$$

$$(Z \rightarrow \neg Z) \rightarrow \neg Z$$

to z ostatniego, zapisanego kursywą zdania wynika kolejne:

*jeżeli matka powie, że krokodyl nie odda dziecka, to krokodyl odda dziecko i krokodyl nie odda dziecka.*

Ponieważ matka powiedziała: *ty mi dziecka nie oddasz*, z przyrzeczenia krokodyla wynika sprzeczność:

*krokodyl odda dziecko i krokodyl nie odda dziecka.*

Przy tej interpretacji paradoksu autor słusznie zauważa, że krokodyl będzie w stanie dotrzymać danej przez siebie obietnicy, jeśli nie dopuści do sytuacji, w której matka powie: *ty mi dziecka nie oddasz*. Tak więc paradoks krokodyla w swej najbardziej powszechnej i chyba najprostszej wersji istotnie ujawnia sprzeczność przyjętych założeń.

Przyjrzyjmy się jednak jeszcze raz całemu rozumowaniu. Matka, dając swą odpowiedź, musi *de facto* powiedzieć, co stanie się w przyszłości. Ma dwie możliwości: albo stwierdzi, że krokodyl odda jej dziecko, albo też powie, że on jej dziecka nie odda. Jej słowa

mają jednak szczególnie kluczowe znaczenie. Od ich trafności zależy bowiem to, co robi krokodyl. Niestety, cały problem polega na tym, że istotne dla nas działanie krokodyla w pełni zależy od tego, czy matka trafnie je przewidziała. Brzmi to dość absurdalnie. Krokodyl podejmie określone działanie, jeśli okaże się prawdą to, że podjął to właśnie działanie lub nie. Ścisłej mówiąc, to, co robi krokodyl, zależy od tego, czy wypowiedź matki okaże się prawdziwą. Jednocześnie jednak prawdziwość słów matki zależy od tego, co robi krokodyl. Problem jako żywo przypomina sławne wyciąganie się z bagna za włosy, dokonane przez barona Münchhausena. Istotnie, krokodyl, chcąc podjąć decyzję dotyczącą oddania dziecka, musi ocenić prawdziwość słów matki, czyli musi porównać jej wypowiedź z rzeczywistością, a więc musi porównać tę wypowiedź ze swoim czynem, który będzie albo oddaniem, albo nieoddaniem dziecka matce. Dopiero gdy odda lub nie odda dziecka matce, będzie wiedział, co ma zrobić: oddać czy nie oddać dziecka matce. Mamy więc następujące rozumowanie:

I Krokodyl zadaje pytanie: *czy ja ci dziecko oddam?*

II Matka odpowiada: *ty mi dziecka nie oddasz.*

III Aby wiedzieć, czy oddać dziecko matce, krokodyl musi ocenić prawdziwość wypowiedzi matki.

IV Aby ocenić prawdziwość wypowiedzi matki, krokodyl musi wiedzieć, czy oddał dziecko matce.

V Aby wiedzieć, czy oddał dziecko matce, krokodyl musi najpierw oddać dziecko lub go nie oddać.

Wniosek Zatem aby wiedzieć, czy ma oddać dziecko matce, krokodyl musi najpierw oddać jej dziecko lub go nie oddać.

Pozornie problem ten ma postać równoważności: *krokodyl dziecko odda wtedy i tylko wtedy, gdy go nie odda*. Tymczasem należałoby go raczej wyrazić słowami: *krokodyl będzie wiedział, czy ma uczynić A czy nie-A, jeśli będzie wiedział, czy uczynił A, czy nie-A*. Jest to nie tyle sytuacja paradoksalna, ile źle postawiony problem. Podkreślić wypada, że nie ma tu już najmniejszego znaczenia to, czy na pytanie krokodyla matka odpowie: *ty mi dziecka nie oddasz*, czy też: *ty mi dziecko oddasz*. Aby ocenić drugą z możliwych odpowiedzi również, należy wiedzieć, co krokodyl zrobił, a przecież robi on to, co będzie wynikało z weryfikacji odpowiedzi matki.

Jedyna możliwa obrona takiego rozumienia całej zagadki winna zakładać, że wspomniany czyn może być wykonany więcej niż jeden raz. Mamy wówczas czasowe następstwo zdarzeń. Najpierw krokodyl oddaje lub nie oddaje dziecka matce, a dopiero potem drugi raz oddaje lub nie oddaje dziecka matce. Nie wszystkie jednak kombinacje par zdarzeń są możliwe. Niech chwila  $t_1$  poprzedza chwilę  $t_2$ . Z czterech przypadków:

1. Krokodyl oddaje dziecko w chwili  $t_1$ , po czym oddaje dziecko w chwili  $t_2$

2. Krokodyl oddaje dziecko w chwili  $t_1$ , po czym nie oddaje dziecka w chwili  $t_2$

3. Krokodyl nie oddaje dziecka w chwili  $t_1$ , po czym oddaje dziecko w chwili  $t_2$

4. Krokodyl nie oddaje dziecka w chwili  $t_1$ , po czym nie oddaje dziecka w chwili  $t_2$

pierwszy nie jest możliwy: skoro krokodyl oddał dziecko, to drugi raz tego samego uczynić nie może. Możliwość drugiego jest oczywista i bezwarunkowa: skoro krokodyl oddał dziecko, to jasne jest, że już nigdy więcej tego dziecka nie odda, chyba że ponownie uda mu się je porwać. Dwa pozostałe przypadki również są możliwe, lecz tylko jeden z nich spełnia warunki rozważanego paradoksu. Skoro bowiem matka powiedziała: *ty mi dziecka nie oddasz* i krokodyl nie oddał dziecka w chwili  $t_1$ , to znaczy, że matka powiedziała prawdę. Zatem krokodyl musi dziecko oddać w kolejnej chwili  $t_2$  i tym samym zrealizuje się przypadek trzeci. Jak widać, przypadek czwarty jest wykluczony, jeśli tylko krokodyl jest prawdomówny i dotrzymuje słowa.

Trudno jednak przystać na takie rozwiązanie. Jasne jest bowiem to, że cały problem jest paradoksalny z tego właśnie powodu, iż nie ma żadnych dwóch chwil czasowych. Tak więc w istocie krokodyl musi podjąć decyzję dotyczącą swego przyszłego czynu w zależności od tego, czy go wykona, czy nie – absurd w stylu wspomnianego barona.

Inną interpretację paradoksu krokodyla zaproponował A. Grzegorzczak w *Logice popularnej*. Przyrzeczenie krokodyla ma tu następujące sformułowanie:

Nie zjem dziecka i oddam ci je, ale wtedy i tylko wtedy, jeśli zgadniesz, co z nim uczynię: „Czy je zjem, czy nie”?

Rozmowianie rozpoczynają przypomniane tu w oryginalnej postaci przesłanki odzwierciedlające powstałą sytuację:

*Powinien oddać*  $\leftrightarrow$  *zgadła*

*Powinien zjeść*  $\leftrightarrow$  *nie zgadła*

*Zje*  $\rightarrow$  *zgadła*

*Nie zje*  $\rightarrow$  *nie zgadła*

*(Powinien oddać i zje)*  $\rightarrow$  *nie (postąpi konsekwentnie)*

*[Powinien zjeść i nie (zje)]*  $\rightarrow$  *nie (postąpi konsekwentnie)*

Dwie pierwsze przesłanki wyrażają przyrzeczenie krokodyla, dwie kolejne formułują warunki prawdziwości odpowiedzi matki, dwie ostatnie zaś umożliwiają ocenić, czy krokodyl postąpił konsekwentnie, czy też nie. Wykorzystując klasyczną logikę zdaniową, autor wyprowadza dwa zdania:

*Zje*  $\rightarrow$  *nie (postąpi konsekwentnie)*

*Nie zje*  $\rightarrow$  *nie (postąpi konsekwentnie)*

Co wobec tautologiczności formuły:

$\{(p \rightarrow r) \text{ i } [(nie\ p) \rightarrow r]\} \rightarrow r$

proceedzi do wniosku, że:

*nie (postąpi konsekwentnie)*

Widać więc, że przy obecnym rozumieniu problemu złożone przez krokodyla przyrzeczenie uniemożliwia mu konsekwentne postępowanie, czyli właśnie takie postępowanie, które byłoby zgodne z danym przyrzeczeniem.

Na koniec rozważmy jeszcze dwie inne możliwe interpretacje tego paradoksu. Obie propozycje cechuje to, iż dotychczas ujawniana paradoksalność znika. Najpierw przyjmijmy, że krokodyl złożył matce następującą obietnicę:

Oddam ci dziecko wtedy i tylko wtedy, jeśli zgadniesz, co z nim uczynię: „Czy ci je oddam, czy nie?”

którą rozumiemy następująco:

Krokodyl powinien oddać dziecko wtedy i tylko wtedy, gdy matka zgadnie, co z nim krokodyl uczyni: „Czy odda je, czy nie?”.

Skrótowo sformułowane przesłanki rozumowania mają postać:

1. *krokodyl powinien oddać dziecko*  $\leftrightarrow$  *matka zgadnie*

2. *matka zgadnie*  $\leftrightarrow$  *krokodyl dziecka nie odda*

Zdanie pierwsze wyraża obietnicę daną matce przez krokodyla. Drugie zdanie stwierdza warunek prawdziwości odpowiedzi danej przez matkę. Ponieważ równoważność jest przechodnia, z obu zdań wynika natychmiast, że:

*krokodyl powinien oddać dziecko*  $\leftrightarrow$  *krokodyl dziecka nie odda*

Wypada zauważyć, że wniosek ten jest nie tylko nieparadoksalny, ale wręcz oczywisty. Sprawdzając jedną implikację, zadajmy sobie pytanie: kiedy krokodyl powinien oddać dziecko matce? Oczywiście wtedy, gdy matka zgadła, a więc wtedy, gdy jej dziecka nie oddał. Trudno, aby krokodyl powinien oddać dziecko wtedy, gdy je już oddał. Tak więc jeśli krokodyl dziecka nie odda (w sensie oddał), to powinien je oddać. W celu sprawdzenia implikacji odwrotnej zauważmy, że skoro krokodyl powinien oddać dziecko, to znaczy, że go nie oddał. W przeciwnym razie trudno od niego wymagać oddania tego, czego już nie ma, bo właśnie oddał. Pewne wątpliwości może budzić fakt, że słowo *odda*, występujące we wniosku, zostało zastąpione słowem *oddał*. Jeśli jednak prześledzimy całe rozumowanie, tak jak to zostało uczynione w przypadku implikacji wcześniej rozważanej, zobaczymy, że zachowanie sensu musi pociągnąć wspomnianą zmianę. Istotnie, jeśli krokodyl powinien oddać dziecko matce, to znaczy, że matka zgadła, a nie, że dopiero zgadnie. Skoro zaś matka zgadła, to znaczy, że krokodyl nie oddał jej dziecka. Sztywne trzymanie się gramatycznych form zapisu zdań prowadzi w oczywisty sposób do niedopuszczalnej zmiany sensu przesłanek. Wracając do analizowanego problemu, zauważmy, że krokodyl bezwarunkowo powinien oddać dziecko. Przecież dyskutując z matką, przetrzymuje dziecko, a więc dowodzi tym samym, że wciąż dziecka nie oddał. Skoro tak, to powinien je oddać, bo ta sytuacja potwierdza to, że matka zgadła.

Przy tej interpretacji aż strach pomyśleć, że odpowiedź matki mogłaby brzmieć: *ty mi dziecko oddasz*. Wówczas okazałoby się, że krokodyl powinien oddać dziecko wtedy i tylko wtedy, gdy je już oddał, i oczywiście nie to byłoby najgorsze. Najstraszniejsze byłoby to, że w takim razie nieoddanie dziecka przez krokodyla oznaczałoby, że nieprawdą jest to, że krokodyl powinien oddać dziecko.

Inna interpretacja umożliwiająca rozwiązanie paradoksu krokodyla wiąże się z następującym rozumieniem obietnicy krokodyla:

Oddam ci dziecko, wtedy i tylko wtedy, jeśli zgadniesz, co zamierzam z nim uczynić: „Czy zamierzam ci je oddać, czy nie?”

Przecież matka, odpowiadając na pytanie krokodyla, nie mówi o tym, co się zdarzy, bo to prowadziłyby do absurdu w stylu pomysłów barona Münchhausena, ale wyraża swoją opinię na temat zamierzeń krokodyla. Mówiąc: *ty mi dziecko oddasz*, matka wyraziłaby przeko-

nanie, iż krokodyl postanowił dziecko oddać. Słowami: *ty mi dziecka nie oddasz* stwierdziła jednak, iż krokodyl podjął decyzję o nieoddaniu jej dziecka. Jak zwykle w tego typu problemach wypada założyć, iż krokodyl jest prawdomówny, dotrzymuje danego słowa i nie zmienia raz podjętej decyzji. W przeciwnym razie problem stałby się niemożliwy do rozwiązania, jako że wszystko byłoby wówczas możliwe poza oczywiście rozstrzygnięciem samego problemu. Przyjmując, iż krokodyl posiada wspomniane cechy, rozważmy przypadek, w którym podjął on decyzję o oddaniu dziecka matce. Wówczas jej odpowiedź okazuje się być zdaniem fałszywym. W takiej sytuacji zwierzę musi zmienić swoje postanowienie, co oznacza nieoddanie dziecka, i w ten oto sposób matka traci swoje dziecko. Przyjmijmy teraz, że krokodyl postanowił nie oddać dziecka matce. Okazuje się więc, iż matka, odpowiadając na pytanie zwierzęcia, powiedziała prawdę. Tym samym powstała sytuacja w której krokodyl jest zmuszony oddać dziecko. Tym razem matka odzyskuje swoją pociechę. Jak widać, nie mamy już do czynienia z żadną paradoksalną konkluzją. Podobnie nieparadoksalne rozumowanie miałyby miejsce wtedy, gdyby matka powiedziała: *ty mi dziecko oddasz*. Jeśli bowiem krokodyl podjął decyzję o oddaniu matce dziecka, to w istocie musi jej dziecko oddać, bo matka trafnie odgadła jego zamiary. Jeśli jednak krokodyl zamierzał nie oddać dziecka, to wypowiedź matki okazałaby się fałszywą i matka nie odzyskałaby swego dziecka. Nie jest zatem możliwe stwierdzenie, która odpowiedź jest lepsza: *ty mi dziecko oddasz* czy: *ty mi dziecka nie oddasz*. Pomijając psychologiczny aspekt okrucieństwa krokodyla, każda z nich ma taką samą szansę być wypowiedzią prawdziwą. Warto jednak zauważyć, iż występująca w paradoksie odpowiedź matki jest w pewien sposób uzasadniona. Przecież skoro krokodyl porwuje dziecko, to czy po to, aby je oddać? Jeśli więc zadaniem matki było odgadnięcie zamierzeń krokodyla, podana przez nią odpowiedź wydaje się być jedyną rozsądną.

Jak widać, sedno paradoksu tkwi w rozumieniu całego problemu. Zamierzeniem tej pracy było pokazanie, do jakiego stopnia interpretacja ingeruje nie tylko w rozwiązanie problemu, ale w jego postawienie. Oczywiście, uwaga ta dotyczy tych problemów, których sformułowanie dopuszcza możliwość interpretacji. Wydaje się, że paradoks krokodyla do takich właśnie należy. Co więcej, każda przedstawiona interpretacja pociągała za sobą analizę wykorzy-

stującą klasyczną logikę zdaniową. W związku z tym przytoczyć wypada zaproponowaną przez A. Grzegorzycyka we wspomnianej publikacji metodę rozwiązywania paradoksów:

*Po pierwsze:* w jasny sposób wyrazić całe rozumowanie.

*Po drugie:* dostrzec w zdaniach złożonych zdania proste.

*Po trzecie:* przesłanki i wniosek przedstawić w formie związków między zdaniami prostymi.

*Po czwarte:* sprawdzić, czy między przesłankami i wnioskiem zachodzi wynikanie logiczne, czyli czy istnieją tautologie i reguły logiki klasycznej, odpowiadające za kolejne kroki w rozumowaniu prowadzącym od przesłanek do wniosku.

*Po piąte:* porównać tak sformalizowane rozumowanie z jego intuicyjnym rozumieniem. Jeśli to rozumienie odbiega od tych intuicji, które wiążemy z analizowanym problemem, to zabieg formalizacji należy powtórzyć tak, aby sens formalnego zapisu rozumowania był w zgodzie z postawionym do rozwiązania problemem.

W istocie, tak jak wśród wielu możliwych do wykonania w pamięci operacji obliczeniowych istnieją te, do rozwiązania których potrzebujemy skupienia i kartki papieru, tak wśród wielu prostych, rozwiązywalnych od ręki problemów można spotkać takie, których poprawność analizy wymaga zastosowania choćby najprostszego rachunku logicznego. Nie wolno przy tym zapominać, że wykorzystując logikę formalną, nie stosujemy jej do rozwiązania pierwotnie postawionego problemu, lecz do przeanalizowania jego danej ściśle określonej interpretacji. Ta sama logika zastosowana do różnie rozumianego problemu może doprowadzić nas nawet do przeciwnych wniosków. Oznacza to, że analiza logiczna problemu winna być poprzedzona właściwym w naszym odczuciu jego postawieniem, czyli nazwaniem.

### 3. Podsumowanie

Doniosłość paradoksów, zarówno starożytnych jak i współczesnych, polega na tym, że wskazują one na błędy, jakich dopuszczamy się, opisując rzeczywistość, wnioskując, podejmując decyzje. Trudno powiedzieć, ilu błędnym przekonaniom wciąż dawalibyśmy wiarę, gdyby nie paradoksy. Nawet jeśli jakiś paradoks pozostaje nierozwiązany, to i tak swoim istnieniem zmusza nas do ostrożności w ro-

zumowaniu dotyczącym jego dziedziny. Dzięki niemu zdajemy sobie bowiem sprawę, że coś nie jest w porządku.

Oba rozważane paradoksy wskazują na niebezpieczeństwo, jakie kryje się za nieszczęśliwie sformułowanymi zobowiązaniami. Dane nieopatrznie obietnice mogą narazić nas nie tylko na rozmaitość ich interpretacji, lecz mogą nas na tę mnogość rozumień skazać. Wówczas wybór innej interpretacji problemu może pociągnąć za sobą inne, i to czasami diametralnie inne rozwiązanie. Może się zdarzyć, że pewna interpretacja w ogóle uniemożliwi wywiązanie się z podjętego zobowiązania. Co więcej, fakt, iż dane rozumienie umożliwia rozwiązanie problemu i w konsekwencji wywiązanie się ze zobowiązania, nie musi oznaczać, że jest to rozumienie właściwe. Przecież samo zobowiązanie może mieć postać niewłaściwie postawionego problemu. Wówczas żadne precyzyjne, logiczne rozumowanie nie może doprowadzić do jednoznacznego, jasnego wniosku.

*Piotr Łukowski*

---