



*Piotr  
Fundowicz*

## Ślady hamowania a opóźnienie hamowania samochodu

### Streszczenie

W artykule przeanalizowano proces hamowania samochodu z zablokowaniem kół przedniej lub tylnej osi. Wyznaczono zakres wartości, w którym mieści się opóźnienie pojazdu podczas hamowania z pozostawieniem śladów ogumienia na nawierzchni. Zaproponowano wprowadzenie współczynnika korekcyjnego, który uwzględni możliwość niepełnego wykorzystania siły hamowania przez tylną lub przednią oś pojazdu.

### Słowa kluczowe

Hamowanie, ślady hamowania, rekonstrukcja zdarzenia drogowego.

Otrzymano 4 czerwca 2022 r., zatwierdzono do druku 13 czerwca 2022 r.

DOI: 10.4467/15053520PnD.22.004.16240

### 1. Wstęp

Podczas rekonstrukcji wypadku często zdarza się, że na miejscu zdarzenia udokumentowano ślady hamowania i na podstawie ich długości oblicza się prędkość pojazdu. Rutynowym sposobem, obarczonym jednak pewnym błędem, jest przyjmowanie, że prędkość początkowa pojazdu, który pozostawił ślad o długości  $S$ , jest równa:

$$v = \sqrt{2 \cdot a \cdot S}, \quad (1)$$

gdzie:

$a$  – opóźnienie pojazdu.

Podstawowym błędem takiego rozumowania jest założenie, że hamowanie, a właściwie – zmiana prędkości pojazdu, rozpoczyna się w miejscu, gdzie ujawniono początek śladu na nawierzchni jezdni. Z badań, w których brał udział autor, prowadzonych w Instytucie Pojazdów Politechniki Warszawskiej (materiały niepublikowane) wynika, że widoczny ślad hamowania powstaje w okolicy początku blokowania koła, z tym, że w zależności od wielu czynników (nie ustalono ścisłej zależności), jak np. rodzaj nawierzchni, temperatura itp., przy prędkości 30–50 km/h, początek śladu powstawał do około 30 cm przed miejscem zablokowania lub do

---

Dr inż. Piotr Fundowicz, Politechnika Warszawska, Instytut Pojazdów i Maszyn Roboczych, ORCID: 0000-0002-4720-513X.

około 30 cm za miejscem zablokowania koła. Z badań przeprowadzonych w Instytucie Ekspertyz Sądowych [4] wynika, że przy małych początkowych prędkościach hamowania (np. 30 km/h), ślady na jezdni powstają już w fazie narastania opóźnienia, a dla większych prędkości (np. 80 km/h) ślady na jezdni powstają dopiero w fazie efektywnego hamowania [5]. W praktyce dla obliczenia prędkości nie ma dużego znaczenia niepewność wyznaczenia długości drogi hamowania  $\pm 30$  cm, ponieważ odpowiada jej niepewność wyznaczenia prędkości około  $\pm 0,15$  m/s. Istotnym natomiast problemem jest to, że zanim dojdzie do zablokowania koła, pojazd już zmniejsza prędkość. Zmniejszanie prędkości rozpoczyna się już podczas fazy narastania opóźnienia hamowania, a spadek prędkości w tej fazie można obliczyć. Po osiągnięciu ustalonej wartości opóźnienia hamowania (w przybliżeniu stałej), prędkość pojazdu zmniejsza się, ale jeżeli nawet dochodzi do zablokowania kół, to nie blokują się one dokładnie w chwili osiągnięcia ustalonej wartości sił hamowania, tylko po pewnym czasie, zależnym m.in. od bezwładności koła. Wynika z tego, że rzeczywista długość drogi hamowania praktycznie zawsze jest dłuższa, niż ślad pozostawiony na nawierzchni. Z tego powodu poprawnym wnioskiem z obliczenia prędkości początkowej w opisany sposób, przy zastosowaniu formuły (1), jest twierdzenie, że jest to prędkość pojazdu na początku pozostawionych śladów. Dodając do tak obliczonej prędkości, prędkość jaką wytracił pojazd w fazie narastania opóźnienia hamowania, uzyskuje się wynik, który należy interpretować, jako minimalna prędkość, przy której możliwe było hamowanie z pozostawieniem udokumentowanego śladu, natomiast w rzeczywistości prędkość pojazdu przed rozpoczęciem hamowania była większa niż obliczona na podstawie wzoru:

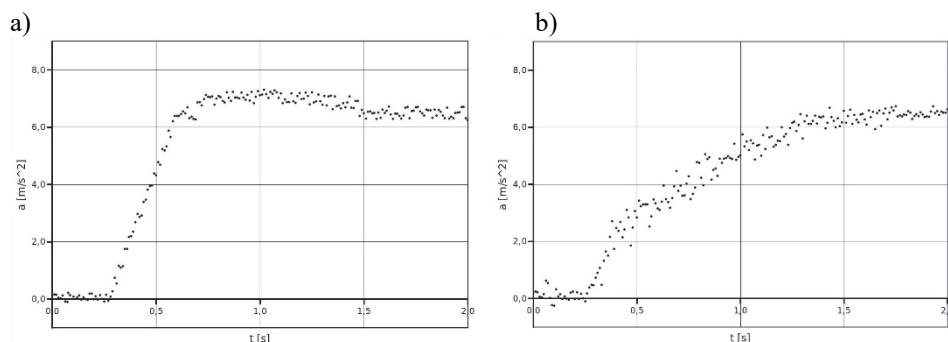
$$v_0 = \sqrt{2 \cdot a \cdot S} + 0,5 \cdot a \cdot t_n, \quad (2)$$

gdzie:

$t_n$  – czas narastania opóźnienia hamowania.

W podanym wzorze obliczeniowym największy wpływ na wynik ma wartość opóźnienia  $a$ . Droga  $S$  (długość śladu hamowania) zwykle jest udokumentowana, natomiast czas narastania opóźnienia hamowania dla współczesnych samochodów jest na tyle niewielki, że wpływ ewentualnego przyjęcia niewłaściwej wartości tej wielkości na wynik obliczenia również jest niewielki. Dla „normalnego” hamowania czas narastania opóźnienia hamowania mieści się w zakresie 0,2–0,3 s (ryc. 1a), co odpowiada spadkowi prędkości na suchej nawierzchni asfaltowej w dobrym stanie (opóźnienie do 8 m/s<sup>2</sup>) około 0,8–1,2 m/s. Przyjęcie niewłaściwej wartości z tego zakresu może spowodować błąd obliczenia prędkości początkowej jedynie do około 0,4 m/s. Znacznie większy błąd można popełnić przy obliczaniu prędkości motocykla, który pozostawił długi ślad blokowania koła lub kół, a co za tym idzie jechał z dużą prędkością, ponieważ czasy narastania opóźnienia hamowania w motocyklach są znacząco dłuższe w porównaniu do występujących w samochodach [2, 4].

Zdarza się, że podczas „niezdecydowanego” hamowania czas narastania opóźnienia hamowania jest znacznie dłuższy (ryc. 1b), a w takim przypadku spadek prędkości podczas fazy narastania opóźnienia hamowania jest większy, niż dla typowego czasu narastania opóźnienia hamowania, jaki podawany jest w literaturze. Obliczenia w takim przypadku są trudne, ponieważ często narastanie siły hamowania jest nieliniowe, a często wręcz niemożliwe, ponieważ nie jest znany rzeczywisty czas narastania opóźnienia hamowania.



Ryc. 1. Początkowa faza opóźnienia podczas hamowania (badania własne).

## 2. Opóźnienie podczas hamowania

Często w obliczeniach prędkości początkowej pojazdu przed hamowaniem przyjmuje się, że ponieważ na miejscu zdarzenia pozostały ślady hamowania, to doszło do zablokowania kół pojazdu i opóźnienie wyznacza się, korzystając z zależności:

$$a = g \cdot \mu, \quad (3)$$

gdzie:

$\mu$  – współczynnik przyczepności,

$g = 9,81 \text{ m/s}^2$  – przyspieszenie ziemskie.

Zastosowanie tej zależności może być poprawne w przypadku zablokowania wszystkich kół pojazdu. W praktyce najczęściej nie wszystkie koła pojazdu ulegają zablokowaniu. W pojeździe ze sprawnym układem hamulcowym w takim przypadku blokują się koła przedniej osi. Możliwa jest sytuacja, że w nieobciążonym samochodzie ciężarowym, ze względu na przewymiarowane hamulce, zablokują się koła osi tylnej. Może to wynikać z różnych przyczyn – z właściwości jezdni (niejednorodna nawierzchnia) lub ze sposobu hamowania, ze specyfiki układu hamulcowego, bądź jego uszkodzenia. Rozważmy dwa przypadki:

**Przypadek 1:** zostały zablokowane przednie koła pojazdu i pozostawiły ślady hamowania (najczęściej spotykany przypadek dla samochodów osobowych),

**Przypadek 2:** zostały zablokowane tylne koła i pozostawiły ślady hamowania (częsty przypadek dla samochodów ciężarowych poruszających się bez ładunku z niewłaściwie ustawionym korektorem siły hamowania).

### Przypadek 1

Siła hamowania kół osi przedniej jest iloczynem nacisku przedniej osi i współczynnika przyczepności  $\mu$ :

$$X_1 = m \cdot g \cdot \frac{l_2 + h \cdot \gamma}{l_{12}} \cdot \mu, \quad (4)$$

gdzie:

$m$  – masa pojazdu,

$l_{12}$  – rozstaw osi,

$l_2$  – odległość środka masy od tylnej osi,

$h$  – wysokość położenia środka masy,

$\gamma$  – intensywność hamowania (stosunek opóźnienia do przyspieszenia ziemskiego).

Jeżeli koła tylnej osi nie hamują, to z drugiej zasady dynamiki:

$$m \cdot g \cdot \gamma = X_1, \quad (5)$$

można wyznaczyć intensywność hamowania pojazdu:

$$\gamma = \frac{l_2 \cdot \mu}{l_{12} - h \cdot \mu}. \quad (6)$$

Jeżeli koła osi tylnej hamowałyby, to intensywność hamowania nie mogłaby przekroczyć wartości:

$$\gamma = \mu. \quad (7)$$

Intensywność hamowania zawarta musi być zatem w granicach:

$$\gamma = \left[ \frac{l_2 \cdot \mu}{l_{12} - h \cdot \mu}, \mu \right]. \quad (8)$$

### Przypadek 2

Siła hamowania kół osi tylnej jest iloczynem nacisku tylnej osi i współczynnika przyczepności:

$$X_2 = m \cdot g \cdot \frac{l_1 - h \cdot \gamma}{l_{12}} \cdot \mu. \quad (9)$$

Jeżeli koła osi przedniej nie hamują, to z drugiej zasady dynamiki:

$$m \cdot g \cdot \gamma = X_2, \quad (10)$$

można wyznaczyć intensywność hamowania pojazdu:

$$\gamma = \frac{l_1 \cdot \mu}{l_{12} + h \cdot \mu}. \quad (11)$$

Intensywność hamowania w tym przypadku zawarta musi być zatem w granicach:

$$\gamma = \left[ \frac{l_1 \cdot \mu}{l_{12} + h \cdot \mu}, \mu \right]. \quad (12)$$

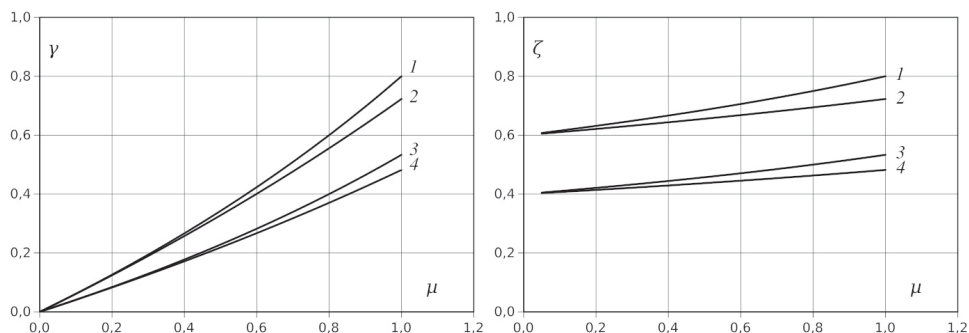
Wykonano przykładowe obliczenia minimalnej intensywności hamowania  $\gamma$  dla obu przypadków (blokowanie kół przednich i blokowanie kół tylnych) oraz współczynnika wykorzystania przyczepności  $\zeta$ , zdefiniowanego jako stosunek maksymalnej możliwej do osiągnięcia intensywności hamowania do współczynnika przyczepności. Do obliczeń przyjęto następujące dane:

- rozstaw osi pojazdu:  $l_{12} = 2,6$  m,
- $l_1 = 1,05$  m i  $1,55$  m (dwa warianty – 40% i 60% długości rozstawu osi),
- $h = 0,45$  m,  $0,65$  m (dwa warianty).

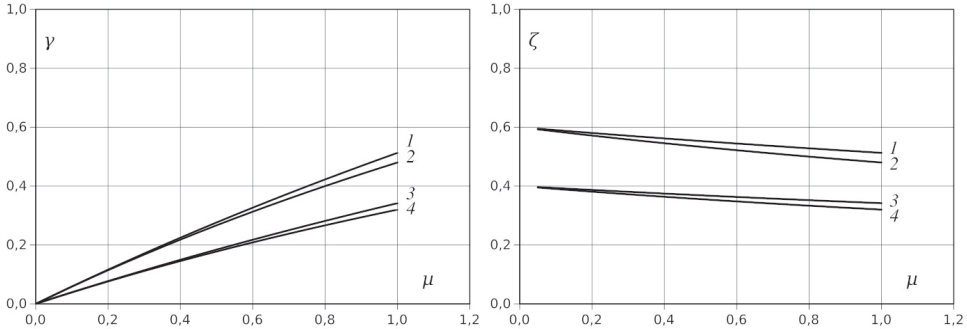
Wyniki obliczeń pokazano na ryc. 2 – przypadek blokowania kół osi przedniej i na ryc. 3 – przypadek blokowania kół osi tylnej. Na wykresach poszczególne linie dotyczą obliczeń dla danych jak w tabeli 1.

Tabela 1. Dane przyjęte do przykładowych obliczeń.

rycina	linia	$l_1$	$h$
2	„1”	1,05 m	0,65 m
	„2”	1,05 m	0,45 m
	„3”	1,55 m	0,65 m
	„4”	1,55 m	0,45 m
3	„1”	1,55 m	0,45 m
	„2”	1,55 m	0,65 m
	„3”	1,05 m	0,45 m
	„4”	1,05 m	0,65 m



Ryc. 2. Maksymalna intensywność hamowania i współczynnik wykorzystania przyczepności – blokowanie przednich kół.



Ryc. 3. Maksymalna intensywność hamowania i współczynnik wykorzystania przyczepności – blokowanie tylnych kół.

Do celów związanych z rekonstrukcją zdarzeń drogowych przydatniejsze są zależności współczynnika wykorzystania przyczepności od współczynnika przyczepności. Pozwalają one na szacowanie opóźnienia podczas hamowania pojazdu. Ponieważ pokazane na rycinach 2 i 3 przebiegi  $\zeta(\mu)$  odpowiadają minimalnym wartościom współczynnika wykorzystania przyczepności, opóźnienie podczas hamowania z pozostawieniem śladów, mieści się w zakresie:

$$a = \zeta \cdot g \dots \mu, \quad (13)$$

gdzie wartość współczynnika  $\zeta$  dobrana jest z odpowiedniego wykresu, w zależności od tego, czy podczas hamowania blokowane były koła osi przedniej, czy tylnej (czy ślady hamowania pozostawiły przednie, czy tylne koła), dla wartości współczynnika przyczepności odpowiedniego dla danej nawierzchni.

Z wykresów na ryc. 2 i 3 wynika, że na minimalną wartość współczynnika wykorzystania przyczepności (w przypadku samochodów osobowych) ma wpływ przede wszystkim odległość środka masy pojazdu od osi przedniej (parametr  $l_1$ ). Położenie środka masy nad nawierzchnią (wysokość środka masy – parametr  $h$ ) ma mniejszy wpływ. Dla niewielkich wartości współczynnika przyczepności (śliska nawierzchnia), minimalna wartość współczynnika wykorzystania przyczepności jest zbliżona do wartości ilorazu odległości środka masy pojazdu i rozstawu jego osi (parametru  $l_1 / l_{12}$ ), a wraz ze wzrostem współczynnika przyczepności, w przypadku blokowania kół przednich – rośnie, a w przypadku blokowania kół tylnych – maleje. Wynika z tego praktyczny wniosek: w przypadku samochodu osobowego pozostawiającego ślady hamowania przednich kół, przy w przybliżeniu równym rozdziale masy pomiędzy osie, współczynnik wykorzystania przyczepności jest nie mniejszy niż około 0,5, a zatem opóźnienie pojazdu może zawierać się w zakresie:

$$a = 0,5 \cdot \mu \cdot g \dots \mu \cdot g. \quad (14)$$

W przypadku pozostawienia śladów hamowania przez koła tylne sytuacja jest bardziej skomplikowana, jednak można przyjąć, że dla samochodu osobowego

współczynnik wykorzystania przyczepności jest nie mniejszy niż około 0,35, a więc opóźnienie pojazdu może zawierać się w zakresie:

$$a = 0,35 \cdot \mu \cdot g \dots \mu \cdot g. \quad (15)$$

### 3. Konkluzje

Przeprowadzona analiza wskazuje na to, że w przypadku samochodów bez układu ABS, czy EBD, a w szczególności w sytuacji niesprawności korektora hamowania (stare samochody), nie można „upraszczać” obliczeń rekonstrukcyjnych, przyjmując intensywność hamowania równą współczynnikowi przyczepności, uzasadniając to pozostawionymi na nawierzchni śladami zablokowanych kół pojazdu.

Uzasadnione jest w takim przypadku wprowadzenie współczynnika, który pozwala na uwzględnienie stopnia wykorzystania przyczepności kół, które nie pozostawiły śladów na nawierzchni. W ten sposób opóźnienie pojazdu pozostawiającego ślady opisuje zależność:

$$a = A \cdot \mu \cdot g, \quad (16)$$

gdzie:

$A$  – zaproponowany współczynnik.

Jak zostało to wykazane powyżej, wartość współczynnika  $A$  dla typowego samochodu osobowego zawiera się w zakresie:

- widoczne ślady przednich kół:  $A = 0,5-1,0$ ,
- widoczne ślady tylnych kół:  $A = 0,35-1,0$ ,

przy czym mniejsze wartości odpowiadają sytuacji, w której koła, które nie pozostawiły śladów na nawierzchni nie hamowały (np. uszkodzony układ hamulcowy), a wartości bliskie maksymalnej – przy wykorzystaniu przyczepności przez te koła bliskiej 100%. Tak duży rozrzut współczynnika  $A$  może skutkować małą przydatność do bezpośredniego zastosowania w obliczeniach opóźnienia hamowania. W przypadku, kiedy np. z oględzin pojazdu wynika, że układ hamulcowy może być niesprawny, celowe jest zbadanie sił hamowania poszczególnych osi na stanowisku diagnostycznym i indywidualny dobór wartości tego współczynnika dla konkretnego pojazdu.

W przypadku samochodów ciężarowych, które charakteryzuje wysoko położony środek masy, a przede wszystkim możliwość znacznej nierównomierności rozkładu obciążenia pomiędzy osiami, wartość współczynnika  $A$  powinna być wyznaczona indywidualnie na podstawie danych uwzględniających obciążenie pojazdu podczas zdarzenia.

**Bibliografia**

1. Arczyński, S. (1984). *Teoria ruchu samochodu*. Warszawa: Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej.
2. Cięпка, P. (2017). Wpływ przyjęcia nieprawidłowej wartości czasu narastania opóźnienia hamowania motocykla na ustalenie przyczyn wypadku. *Paragraf na Drodze*, numer specjalny 81–90.
3. Reński, A. (2011). *Bezpieczeństwo czynne samochodu. Zawieszenia oraz układy hamulcowe i kierownicze*. Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej.
4. Reza, A., Zębała, J., Pieniążek, W. (1998). Badanie eksperymentalne wybranych parametrów hamowania samochodu osobowego. *Zbiór referatów z VII Konferencji „Problemy rekonstrukcji wypadków drogowych”*. Kraków: Wydawnictwo Instytutu Ekspertyz Sądowych.
5. Reza, A., Zębała, J. (2000). Badanie porównawcze dróg hamowania, śladów hamowania i osiągniętych opóźnień samochodów osobowych. *Zbiór referatów z VII Konferencji „Problemy rekonstrukcji wypadków drogowych”*. Kraków: Wydawnictwo Instytutu Ekspertyz Sądowych.

\* \* \*

**Braking traces vs. vehicle braking deceleration****Abstract**

Vehicle braking process with the front or rear axle wheels locking was analysed. The range of vehicle deceleration during braking while leaving traces of the tires on the surface was specified. The introduction of a correction coefficient which takes account of the possibility of incomplete use of the braking force by the rear or front axle of the vehicle was proposed.

**Key words**

Braking, braking traces, accident reconstruction.