PRINCIPIA XXXV-XXXVI (2003-2004)
PL-ISSN 0867-5392

Janusz Ciuciura

Logika dyskusyjna

W 1948 r. Stanisław Jaśkowski publikuje pierwszy artykuł poświęcony logice dyskusyjnej. Oznacza ją symbolem D_2. Użyty przez Jaśkowskiego przymiotnik *dyskusyjny* wskazuje na jedną z motywacji, które dały początek systemom logiki dyskusyjnej. Wykorzystamy tu oryginalne pomysły Jaśkowskiego. Bazę merytoryczną stanowić będą dwa artykuły: „Rachunek zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych" i „O koniunkcji dyskusyjnej w rachunku zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych". Rozpoczniemy od opisu logicznych inspiracji Jaśkowskiego, by zakończyć na przykładowym zastosowaniu D_2.

W toku pracy posługiwać się będziemy dwoma pojęciami: systemu *sprzecznego* oraz systemu *przepełnionego*. Niech S będzie systemem formalnym (systemem dedukcyjnym, teorią dedukcyjną):

Definicja 0.01. Powiemy, że S jest systemem sprzecznym, o ile istnieje formuła α, taka że a i jej negacja $\sim\alpha$ są tezami S.

Definicja 0.02. Powiemy, że S jest systemem przepełnionym (trywialnym), o ile każda formuła systemu S jest jego tezą.

Kiedy logiką, leżącą u podstaw systemu S, jest logika klasyczna, wówczas S jest systemem przepełnionym wtedy i tylko wtedy, gdy S jest systemem sprzecznym. Systemy przepełnione nie mają żadnego znaczenia praktycznego. Każde zdanie sformułowane w języku takiego systemu jest jego twierdzeniem.

1.1. *Logiczne inspiracje Jaśkowskiego*

Problematyka oscylująca wokół pojęcia systemów dedukcyjnie sprzecznych znajduje swój wyraz w poszukiwaniu rachunku zdań, który spełniałby trzy podstawowe wymogi:

(i) W zastosowaniu do systemów sprzecznych nie będzie pociągał ich przepełnienia (trywializacji).

(ii) Będzie systemem na tyle bogatym, aby umożliwić praktyczne wnioskowanie.

(iii) Będzie posiadał uzasadnienie intuicyjne.

Różny jest stopień realizacji powyższych warunków i obiektywna ich ocena. Zwłaszcza warunek (iii) nie jest pozbawiony dużej dozy subiektywizmu. Spełnienie warunku (i) gwarantuje parakonsystentność systemu, w znaczeniu najbardziej ogólnym. Jaśkowski, jak zobaczymy, ignoruje w pewnej mierze potrzebę uzasadnienia, że system D_2 czyni zadość warunkom (ii) i (iii).

Pozostaje do rozstrzygnięcia kwestia rachunku logicznego, który umożliwi wyrażenie intuicji. Jaśkowski analizuje cztery systemy łogiczne.

1.1.1. *System Kołmogorowa*[1]. Oparty jest na czterech aksjomatach implikacyjnej części pozytywnej logiki Hilberta, *ILH*, tj. schematach aksjomatycznych:

(Ax.1) $\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow a)$,

(Ax.2) $(\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$,

(Ax.3) $(\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)) \rightarrow (\beta \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma))$,

(Ax.4) $(\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma))$

oraz dodatkowym schemacie:

(Ax.5) $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\alpha \rightarrow {\sim}\beta) \rightarrow {\sim}\alpha)$.

Jedyną regułą pierwotną systemu jest reguła odrywania (MP).

Fakt 1. W systemie Kołmogorowa nie da się udowodnić prawa Dunsa Szkota.

Dowód. Niech matryca M ma postać: $< \{0,1\},\{1\}, \rightarrow, \sim >$, gdzie $\{0,1\}$ – wartości logiczne, $\{1\}$ – wartość wyróżniona, a spójniki: $\rightarrow$, $\sim$ charakteryzują tabelki:

($\rightarrow$)

α/β	0	1
0	1	1
1	0	1

($\sim$)

α	$\sim\alpha$
0	1
1	1

[1] Ściślej, jest to trzeci system, który zbudował Kołmogorow. Zob. [5], s. 82. Wybór systemu nie wydaje się być czymś przypadkowym. Jaśkowski zajmował się z powodzeniem intuicjonizmem już w latach trzydziestych. Zob. np. [7] oraz [8], s. 206-222.

Za pomocą matrycy **M** skonstruujemy wartościowanie falsyfikujące dla prawa przepełnienia. Reguła (MP)[2] dziedziczy wartość wyróżnioną , (Ax.1)-(Ax.5) zawsze przyjmują wartość logiczną 1, a w przypadku prawa Dunsa Szkota: $\alpha \rightarrow (\sim\alpha \rightarrow \beta)$ tak nie jest. Z (Ax.1)-(Ax.5) przy użyciu reguły (MP) nie wyprowadzimy zatem prawa przepełnienia. Dowiedziemy natomiast jego ograniczonej wersji.

Fakt 2. W systemie Kołmogorowa wyprowadzalne jest prawo: $\alpha \rightarrow (\sim\alpha \rightarrow \sim\beta)$.

Dowód. Wyprowadźmy, na początek, dwie reguły inferencji:

(R1) $\alpha \rightarrow \beta, \beta \rightarrow \gamma / \alpha \rightarrow \gamma$ (z (Ax.4) i (MP)),

(R2) $\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma) / \beta \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma)$ (z (Ax.3) i (MP)),

a następnie:

1. $(\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma))$ (Ax.4),
2. $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma))$ ((R2): 1),
3. $(\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)) \rightarrow (((\beta \rightarrow \alpha) \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma))$
   ($\beta \rightarrow \alpha / \beta$: 2),
4. $\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$ (Ax.1),
5. $((\beta \rightarrow \alpha) \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma))$ ((MP): 3,4),
6. $((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \sim\beta) \rightarrow \sim\alpha))) \rightarrow (\beta \rightarrow ((\alpha \rightarrow \sim\beta) \rightarrow \sim\alpha))$
   (β / α, α / β , $(\alpha \rightarrow \sim\beta) \rightarrow \sim\alpha / \gamma$: 5),
7. $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \sim \beta) \rightarrow \sim\alpha)$ (Ax.5),
8. $\beta \rightarrow ((\alpha \rightarrow \sim\beta) \rightarrow \sim\alpha)$ ((MP): 6,7),
9. $(\alpha \rightarrow \sim\beta) \rightarrow (\beta \rightarrow \sim\alpha)$ ((R2): 8),
10. $(\beta \rightarrow \sim\alpha) \rightarrow (\alpha \rightarrow \sim\beta)$ (β / α, α / β: 9),
11. $\alpha \rightarrow ((\beta \rightarrow \sim\alpha) \rightarrow \sim\beta)$ ((R2): 10),
12. $((\beta \rightarrow \sim\alpha) \rightarrow \sim\beta) \rightarrow (\sim\alpha \rightarrow \sim\beta)$ ($\sim\alpha / \alpha$, $\sim\beta / \gamma$: 5),
13. $\alpha \rightarrow (\sim\alpha \rightarrow \sim\beta)$ ((R1): 11, 12).

Udowodniliśmy tym samym, że chociaż z pary zdań α i $\sim\alpha$ nie wyprowadzimy dowolnego zdania β, to wyprowadzimy jego negację $\sim\beta$. Jest to stan bliski trywializacji systemu. Co ciekawe, dojdziemy do analogicznych wniosków, rozważając system implikacyjnej logiki Hilberta *ILH*, wzbogacony o tzw. aksjomat Johanssona: $(\alpha \rightarrow \sim\beta) \rightarrow (\beta \rightarrow \sim\alpha)$.

---

[2] Przedstawiona postać systemu Kołmogorowa jest zamknięta na regułę (MP). Pierwotnie zamiast symboli formuł: α, β ... itd. użyto w aksjomatyzacji symboli zmiennych zdaniowych: p, q... itd. Do zbioru reguł pierwotnych należała reguła podstawiania (Sub), zbyteczna w prezentowanej tu aksjomatyzacji.

1.1.2. *System implikacji ścisłej Lewisa*. Jeśli znak $\rightarrow$ rozumieć jako znak implikacji ścisłej, wówczas prawo przepełnienia nie jest twierdzeniem. Twierdzeniami są natomiast formuły:

(F1) $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\sim (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \gamma)$,

(F2) $(\alpha \rightarrow \sim\alpha) \rightarrow ((\sim\alpha \rightarrow \alpha) \rightarrow \beta)$,

(F3) $(\alpha \wedge \sim\alpha) \rightarrow \beta$.

Co więcej, koszty, jakie musimy zapłacić za to „uściślenie", są dość wysokie. Zbiór tez zawierających jedynie ścisłą implikację jest dość wąski. System nie czyni zadość warunkowi (ii).

1.1.3. *Logiki wielowartościowe*. Jaśkowski, analizując systemy logiki wielowartościowej, wziął pod uwagę logikę zdefiniowaną przez następującą matrycę $\mathbf{M} = \langle \{1, 2, 3\}, \{1, 2\}, \rightarrow, \sim \rangle$, gdzie $\{1, 2, 3\}$ – wartości logiczne, $\{1, 2\}$ – wartości wyróżnione. Spójniki: $\rightarrow$, $\sim$ charakteryzują tabelki:

($\rightarrow$)

α/β	1	2	3
1	1	2	3
2	1	2	3
3	1	1	1

($\sim$)

α	$\sim\alpha$
1	2
2	3
3	1

Okazuje się, że przy tak zdefiniowanych spójnikach logicznych do zbioru tez systemu nie należy prawo Dunsa Szkota, należy zaś formuła:

(F4) $\alpha \rightarrow (\sim\alpha \rightarrow (\sim\sim\alpha \rightarrow \beta))$.

Obecność trzech formuł: α, $\sim\alpha$, $\sim\sim\alpha$, trywializuje system. W rezultacie Jaśkowski zaniechał wszelkich prób budowy systemu logiki dyskusyjnej na bazie systemów logiki wielowartościowej[3].

1.1.4. *Rachunek logiki modalnej S_5*. Jaśkowski przyjmuje rachunek logiki modalnej S_5 jako podstawę dalszych rozważań. System logiki dyskusyjnej D_2 będzie odtąd charakteryzowany przy użyciu interpretacji systemu logiki modalnej S_5.

---

[3] „Jeśli chodzi o systemy rachunku zdań, które mogą być zdefiniowane przez podanie wielowartościowej macierzy, to nie są mi znane publikacje pozostające w bezpośrednim związku z omawianym tu zagadnieniem..." [2], s. 63.

1.2. Motywacje

Istnieją co najmniej dwa główne powody, dla których skonstruowano system logiki dyskusyjnej.

1.2.1. *Chwiejność i okazjonalność wyrażeń*. W życiu codziennym, tak jak w nauce, operujemy nierzadko wyrazami o znaczeniu mniej lub bardziej chwiejnym. Każda zaś chwiejność pewnego wyrażenia może doprowadzić do pozornych sprzeczności. O tym samym przedmiocie możemy orzec, że posiada pewną własność, cechę itp.; innym razem, że cechy tej lub własności nie posiada, a to zależnie od każdorazowo przyjętego znaczenia. Rozważmy przykład. „Czy to, co zostało napisane, napisał ktoś? Otóż zostało napisane, że ty siedzisz, ale teraz jest to fałszywe; było jednak prawdziwe wtedy, gdy było pisane; a więc równocześnie została napisana prawda i fałsz”[4].

Wybrany celowo przykład ma oczywiście postać przejaskrawioną. Trudno oczekiwać, aby tego typu pułapki lingwistyczne mogły wprowadzić w błąd człowieka trzeźwo myślącego. Mają one jednak wymiar nie tylko humorystyczny. Wskazują na konsekwencje niefrasobliwego użycia języka oraz jego bogactwo znaczeniowe.

1.2.2. *Status hipotezy w naukach empirycznych*. W toku rozwoju nauk empirycznych bywa czasem tak, że nie jesteśmy w stanie wyjaśnić wyników doświadczenia za pomocą jednolitej, niesprzecznej teorii. Wyjaśniając lub tłumacząc badane zjawiska, posługujemy się odrębnymi hipotezami, noszącymi miano *hipotez roboczych*, nie zawsze między sobą zgodnych.

1.3. Pojęcie systemu dyskusyjnego i asercji dyskusyjnej

Przez pojęcie *systemu dyskusyjnego* rozumieć będziemy taki system, o którym nie możemy jednoznacznie orzec, czy jego tezy wyrażają poglądy zgodne. Przeanalizujmy przykład. Niech dyskutuje kilka osób na określony temat. Jeśli złączymy w jedną całość tezy wypowiedziane przez uczestników dyskusji, a każda z osób, lub choćby niektóre, przykłada inny sens do wypowiadanych przez siebie słów,

---

[4] Arystoteles, *O dowodach sofistycznych*, w: *Topiki.O dowodach sofistycznych*, Warszawa: PWN 1978, s. 292.

wówczas nawet drobne różnice znaczeniowe doprowadzić mogą do pozornych sprzeczności. Systemem jest tutaj zbiór tez wypowiedzianych przez wszystkich uczestników dyskusji. Aby uwidocznić w systemie dyskusyjnym charakter wypowiadanych tez oraz odróżnić, w pewnej mierze, osoby, które je wypowiadają, należałoby każdą z tez poprzedzić zastrzeżeniem: *według poglądu jednego z uczestników dyskusji*. Wprowadzono przeto pojęcie *asercji dyskusyjnej*. Sens przypisywany asercji dyskusyjnej różni się od tego, który przypisuje się asercji klasycznej. Asercja klasyczna (a), charakteryzowana tabelką prawdziwościową:

(a)

α	$(a)\alpha$
0	1
1	1

odpowiada tym zwrotom języka potocznego, które mają za zadanie „ekspresyjne wzmocnienie" wypowiedzi. Mówimy: „kocham cię", ale mówimy także: „naprawdę cię kocham", gdzie słowo *naprawdę* pełni właśnie funkcję wzmocnienia asercji. Asercja dyskusyjna zawiera w sobie *implicite* zastrzeżenie *wedle poglądu...* itd., toteż nie może być ujmowana jako jednoargumentowy funktor ekstensjonalny. Ma ona swój odpowiednik w jednym z funktorów modalnych, a mianowicie możliwości. Jaśkowski, opisując jej rolę i znaczenie, odwołał się do logicznych i częściowo filozoficznych intuicji. Jeśli zapisujemy w systemie dyskusyjnym pewną tezę a, to winniśmy nadać jej taki sens intuicyjny, jakby a była poprzedzona funktorem możliwości.

1.4. Problem z (MP)

Zawodność klasycznie pojmowanej reguły (MP) wyjaśnia, dlaczego systemu logiki dyskusyjnej nie da się nadbudować nad zwykłą logiką dwuwartościową. Jeżeli implikację rozumieć będziemy klasycznie, wtedy z dwóch przesłanek:

(i) $\alpha \rightarrow \beta$,

(ii) α,

posiadających intuicyjny sens:

(i) możliwe, że jeżeli α, to β,
(ii) możliwe, że α,
nie wynika zdanie:
(iii) β,
rozumiane jako:
(i) możliwe, że β.
Dzieje się tak, ponieważ S_5 nie jest zamknięty na regułę:
(R) $\Diamond\ \alpha,\ \Diamond\ (\alpha \to \beta)\ /\ \Diamond\ \beta$.
Stajemy wobec problemu wyboru takiego spójnika logicznego, który, zastosowany do tez dyskusyjnego rachunku zdań, będzie posiadał własności analogiczne do tych, jakie posiada implikacja Filonowska w klasycznym rachunku zdań *KRZ*.

1.5. Charakterystyka spójników dyskusyjnych

Każde rozstrzygnięcie problemu postawionego w §1.4 determinuje własności systemu dyskusyjnego. W naszym przypadku sprawą kluczową staje się zdefiniowanie funktorów w taki sposób, aby powstały system spełniał odpowiednie wymogi.

1.5.1. *Implikacja dyskusyjna a reguła odrywania (MP)*. Mając na celu przezwyciężenie opisanych trudności, wprowadził Jaśkowski pojęcie implikacji dyskusyjnej:

Definicja 1.01. $p \to_d q = \Diamond p \to q$.

Prawy człon równości odpowiada tu konkretnym zwrotom języka naturalnego: „jeżeli ktokolwiek twierdzi, że *p*, to *q*" lub „jeżeli przy pewnym dopuszczalnym znaczeniu wyrazów *p*, to *q*" itp. Za przyjęciem *Definicji 1.01.* jako definicji implikacji dyskusyjnej przemawia czynnik merytoryczny. Chodziło o odrzucenie możliwie wielu wariantów implikacyjnego prawa przepełnienia. Np. następstwem poniżej zdefiniowanej implikacji dyskusyjnej:

~~*Definicja 1.01*~~. $p \to_d q = \Diamond p \to \Diamond q$

byłaby konieczność przyjęcia jako tezy do systemu dyskusyjnego rachunku zdań D_2 formuły o postaci: $(p \to_d q) \to d\ (\sim (p \to_d q) \to_d r)$.

Z kolei akceptacja definicji:

~~*Definicja 1.01*~~. $p \rightarrow_d q = p \rightarrow \Diamond q$

pociągałaby za sobą uznanie formuły: $p \rightarrow_d (\sim p \rightarrow_d q)$ (prawa przepełnienia dla implikacji dyskusyjnej) jako tezy D_2.

Definicja 1.01 umożliwia modyfikację reguły (MP):
(MP)* $\alpha, \alpha \rightarrow_d \beta / \beta$.
Zmodyfikowana (MP)* jest jedyną, obok reguły podstawiania (Sub), regułą pierwotną dyskusyjnego rachunku zdań.

1.5.2. *Równoważność dyskusyjna.* Równoważność ($\leftrightarrow_d$) zdefiniowano:

Definicja 1.02. $p \leftrightarrow_d q = (\Diamond p \rightarrow q) \wedge (\Diamond q \rightarrow \Diamond p)$.

Na mocy *Definicji 1.02* wyrażenie *p«d q* znaczy tyle, co: „jednocześnie; po pierwsze, jeżeli możliwe, że *p*, to *q*; i po drugie, jeżeli możliwe, że *q*, to możliwe, że *p*". Trafność *Definicji 1.02* potwierdza fakt, iż inna definicja równoważności dyskusyjnej:

~~*Definicja 1.02*~~. $p \leftrightarrow_d q = \Diamond p \leftrightarrow \Diamond q$

oznacza przyjęcie jako tezy D_2 formuły: $(p \leftrightarrow_d q) \rightarrow_d (\sim(p \leftrightarrow_d q) \rightarrow_d r)$.

1.5.3. *Koniunkcja dyskusyjna.* System D_2 można wzbogacić o definicję koniunkcji dyskusyjnej:

Definicja 1.03. $p \wedge d\ q = p \wedge \Diamond q$.

Umożliwia ona uproszczenie *Definicji 1.02*:

Definicja 1.02.' $p \leftrightarrow_d q = (p \rightarrow_d q) \wedge_d (q \rightarrow_d p)$.
Zastosowawszy *Definicję 1.01* i *Definicję 1.02* do prawego członu definicji równoważności dyskusyjnej, otrzymujemy:

Definicja 1.02." $p \leftrightarrow_d q = (\Diamond p \rightarrow q) \wedge \Diamond(\Diamond q \rightarrow p)$.

Warto w tym miejscu nadmienić, iż Jaśkowski początkowo nie rozważał koniunkcji dyskusyjnej jako jednego ze spójników D_2. Ograniczył się do koniunkcji klasycznej. Wzbogacenie języka D_2 o funktor koniunkcji dyskusyjnej, prócz względów czysto formalnych, miało na celu uchwycenie subtelności języka naturalnego. Jak bowiem wyrazić różnicę między pojęciem *pozornej sprzeczności*[5] a sprzecznością *par excellence* – lub ściślej – pojęciem *przepełnienia*?

Dyskusja staje się *przepełniona*, gdy jedno z zajętych stanowisk jest sprzeczne samo z sobą. Znajduje to intuicyjny wyraz w koniunkcyjno-implikacyjnym prawie przepełnienia: $(\alpha \wedge \sim \alpha) \rightarrow_d \beta$. Odnotujmy, że $(\alpha \wedge \sim \alpha) \rightarrow_d \beta \in D_2$ (przeczenie samemu sobie = *przepełnienie* dyskusji), ale $(\alpha \wedge_d \sim \alpha) \rightarrow_d \beta \notin D_2$ (różnice w rozumieniu znaczenia wyrazów = *sprzeczność pozorna*). W komunikacji międzyludzkiej istnienie sprzeczności o podłożu terminologicznym nie prowadzi przecież do całkowitej dowolności tematycznej w dyskusji.

1.5.4. *Negacja dyskusyjna.* Powstaje problem, jak opisać sytuację, kiedy ktoś zmienia swoje zdanie, ponieważ został do tego zmuszony na skutek racjonalnych argumentów uczestników dyskusji. Podążając tym tropem, wzbogaćmy język D_2 o jednoargumentowy spójnik negacji dyskusyjnej $\neg_d$. Niech ponadto $\perp$ będzie symbolem *falsum*[6]:

Definicja 1.04. $\neg_d \alpha = \alpha \rightarrow_d \perp$.

Zauważmy, że $\alpha \rightarrow_d (\neg_d \alpha \rightarrow_d \beta) \in D_2$. Wypowiadamy zdanie α. W trakcie dyskusji wykazano fałszywość rzeczonego zdania. A zatem $\neg_d$ a (czyli: $\alpha \rightarrow_d \perp$). Stajemy w obliczu podjęcia decyzji co do wyboru nowego zdania. Wybieramy zdanie β.

1.6. Dyskusyjny rachunek zdań D_2

Przejdźmy teraz do charakterystyki systemu D_2 . Rozważmy na wstępie dwa języki:

(i) $L_{D2} = < ForD2 , \sim, \vee , \wedge_d, \rightarrow_d, \leftrightarrow_d >$ (język systemu D_2),

(ii) $L_{S5} = < ForS5, \sim, \vee , \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow, \Diamond, \Box >$ (język systemu S_5).

---

[5] Por §1.3.

[6] Dokładniej, niech $\perp = \sim (\sim p \vee p)$.

Definicja 1.05. Niech f będzie funkcją przekształcającą język systemu D_2 w język systemu S_5, określoną w następujący sposób:

(i) $f(p) = p$, gdzie p jest zmienną zdaniową,

(ii) $f(\sim \alpha) = \sim f(\alpha)$,

(iii) $f(\alpha \vee \beta) = f(\alpha) \vee f(\beta)$,

(iv) $f(\alpha \wedge_d \beta) = f(\alpha) \wedge \Diamond f(\beta)$,

(v) $f(\alpha \rightarrow_d \beta) = \Diamond f(\alpha) \rightarrow f(\beta)$[7].

Definicja 1.06. $\forall\, \alpha \in For_{D2} : \alpha \in D_2 \Leftrightarrow \Diamond f(\mathrm{a}) \in S_5$.

Wypowiadamy pewne zdanie a, wyrażone w języku systemu D_2. Dokonujemy przekładu zdania a na język systemu S_5, po czym poprzedzamy je zastrzeżeniem: *według poglądu jednego z uczestników dyskusji*, czyli funktorem możliwości $\Diamond$. Ostatecznie otrzymujemy zdanie: $\Diamond f(\alpha)$. Ma to wymiar nie tylko filozoficzny. Ponieważ system S_5 jest rozstrzygalny, rozstrzygalny jest także system D_2, określony za pomocą interpretacji systemu logiki modalnej S_5.

System D_2 można wzbogacić przez dodanie dodatkowych symboli: $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ (do już obecnych w systemie D_2: $\rightarrow_d$, $\leftrightarrow_d$). W D_2 mielibyśmy więc po dwa symbole implikacji i równoważności (klasyczne i dyskusyjne). Posunięcie to nie ma jednak większego znaczenia. W systemie D_2 już tak elementarna reguła inferencji jak (MP) dla implikacji materialnej jest zawodna.

1.7. Przykładowe zastosowanie D_2. Paradoks kłamcy

Była wcześniej mowa o motywacjach, które dały początek logice dyskusyjnej. W celu uwypuklenia omawianej kwestii rozważmy przykład ilustrujący praktyczne wykorzystanie D_2. Rozważmy mianowicie znaną od czasów Arystotelesa antynomię kłamcy. Weźmy zdanie: *Zdanie, które w tej chwili wypowiadam, jest fałszywe.* Niech a będzie symbolicznym odpowiednikiem tego zdania. Już prosta analiza wskazuje na piętrzące się wokół niego sprzeczności.

Jaśkowski, proponując rozwiązanie tego problemu, zauważa, iż o zdaniu a możemy wypowiedzieć dwa charakteryzujące je okresy warunkowe:

---

[7] Równoważność dyskusyjna oraz dyskusyjna negacja są definiowalne przy użyciu pozostałych spójników.

(1) Jeśli zdanie α jest prawdziwe, to zdanie a nie jest prawdziwe.

(2) Jeśli zdanie a nie jest prawdziwe, to zdanie a jest prawdziwe.

Z (1) i (2) uzyskamy równoważność:

(3) Zdanie a jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy zdanie a nie jest prawdziwe.

Jeżeli zawarte w (1), (2), (3) dwuargumentowe spójniki logiczne rozumieć będziemy jako dyskusyjne, to otrzymamy następujące schematy zdań:

(1) $\alpha \rightarrow_d \sim\alpha$,
(2) $\sim\alpha \rightarrow_d \alpha$,
(3) $\alpha \leftrightarrow_d \sim\alpha$.

Do zbioru tez D_2 należą:

(4) $(\alpha \rightarrow_d \sim\alpha) \rightarrow_d \sim\alpha$,
(5) $(\sim\alpha \rightarrow_d \alpha) \rightarrow_d \alpha$,
(6) $(\alpha \leftrightarrow_d \sim\alpha) \rightarrow_d \sim\alpha$,
(7) $(\alpha \leftrightarrow_d \sim\alpha) \rightarrow_d \alpha$.

Stosując regułę (MP)* do tez (4)-(7) oraz wyrażeń (1)-(3), otrzymujemy:

(8) $\sim\alpha$,
(9) α.

Z uwagi na fakt, że w D_2 odrzuca się formuły:

(10) $\alpha \rightarrow_d (\sim\alpha \rightarrow_d \beta)$,
(11) $(\alpha \leftrightarrow_d \sim\alpha) \rightarrow_d \beta$,
(12) $(\alpha \leftrightarrow_d \sim\alpha) \rightarrow_d (\alpha \wedge \sim\alpha)$,
(13) $(\alpha \rightarrow_d \sim\alpha) \rightarrow_d ((\sim\alpha \rightarrow_d \alpha) \rightarrow_d \beta)$,
(14) $(\alpha \rightarrow_d \sim\alpha) \rightarrow_d ((\sim\alpha \rightarrow_d \alpha) \rightarrow_d (\alpha \wedge \sim\alpha))$,

przypuszczenie, jakoby formuły (1)-(3) oraz (8), (9) prowadziły do przepełnienia, traci rację bytu. Pojawienie się w systemie zdania α jak i jego negacji $\sim\alpha$ nie pociąga za sobą trywializacji systemu. Widać stąd, że zawodzi zwykła droga, wiodąca do przepełnienia.

1.8. Podsumowanie

Zastosowana przez Stanisława Jaśkowskiego metoda translacji, której protoplastą był Łukasiewicz[8], definiuje D_2 w szczególny sposób. Okazuje się bowiem, że dopiero w połączeniu z negacją spójniki dyskusyjne ujawniają w pełni nieklasyczny charakter. Wykorzystując *Definicję 1.05* i *Definicję 1.06* oraz semantykę systemu S_5, jako narzędzie weryfikacji, bez trudu wskażemy, które spośród formuł nie należą do zbioru tez D_2. Odnotujmy więc, że:

(1) $\alpha \to_d (\sim\alpha \to_d \beta) \notin D_2$,
(2) $\alpha \to_d (\sim\alpha \to_d \sim\beta) \notin D_2$,
(3) $(\alpha \leftrightarrow_d \sim\alpha) \to_d \notin D_2$,
(4) $(\alpha \to_d \beta) \to_d (\sim (\alpha \to_d \beta) \to d\ g) \notin D_2$,
(5) $\alpha \to_d (\sim\alpha \to_d (\sim \sim\alpha \to_d \beta)) \notin D_2$,
(6) $(\alpha \wedge_d \sim\alpha) \to_d \beta \notin D_2$,
(7) $(\alpha \to_d \sim\alpha) \to_d ((\sim\alpha \to_d \alpha) \to_d \beta) \notin D_2$,

a ponadto:

(8) $(\alpha \to_d \beta) \to_d (\sim\beta \to_d \sim\alpha) \notin D_2$,
(9) $(\sim\alpha \to_d \sim\beta) \to_d (\beta \to_d \alpha) \notin D_2$,
(10) $(\alpha \to_d \sim\beta) \to_d (\beta \to_d \sim\alpha) \notin D_2$,
(11) $(\sim\alpha \to_d \beta) \to_d (\sim\beta \to_d \alpha) \notin D_2$,
(12) $(\alpha \to_d \beta) \to_d ((\alpha \to_d \sim\beta) \to_d \sim\alpha) \notin D_2$,
(13) $(\sim\alpha \to_d \beta) \to_d ((\sim\alpha \to_d \sim\beta) \to_d \alpha) \notin D_2$,

ale:

(14) $\sim (\alpha \wedge_d \sim\alpha) \in D_2$,
(15) $\alpha \vee \sim\alpha \in D_2$,
(16) $\sim \sim\alpha \to_d \alpha \in D_2$,
(17) $\alpha \to_d \sim \sim\alpha \in D_2$,
(18) $\sim (\alpha \vee \sim\alpha) \to_d \beta \in D_2$

[8] Zob. Jan Łukasiewicz, „Logika dwuwartościowa", *Przegląd Filozoficzny* 23 (1920), s. 189-205.

oraz:

(19) $(\alpha \rightarrow_d \sim\alpha) \rightarrow_d \sim\alpha \in D_2$,

(20) $(\sim\alpha \rightarrow_d \alpha) \rightarrow_d \alpha \in D_2$.

Podkreślmy na zakończenie, że Jaśkowski był pierwszym logikiem, świadomie podważającym zasadę: *Ze sprzeczności wynika wszystko*. Zbudował on rachunek logiczny, który znajduje zastosowanie w charakterystyce sprzecznych, lecz nietrywialnych teorii.

Bibliografia

[1] N.C.A. da Costa, J. Y. Béziau, O. Bueno, „Paraconsistent Logic in a Historical Perspective", *Logique et Analyse*, 150-151-152 (1995), s. 111-125.

[2] S. Jaśkowski, „Rachunek zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych", *Studia Societatis Scientiarum Torunesis*, 1, 5 (1948), s. 57-77 (wersja angielska: „Propositional calculus for contradictory deductive systems", *Studia Logica*, 24 (1969), s. 143-160).

[3] S. Jaśkowski, „O koniunkcji dyskusyjnej w rachunku zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych", *Studia Societatis Scientiarum Torunesis*, 1, 8 (1949), s. 171 n.

[4] S. Jaśkowski, „On the modal and causal function in symbolic logic", *Studia Philosophica*, 4, 1949/1950, s. 71-92.

[5] J. K. Kabziński, „Kolmogorov and Glivienkov's papers about intuitionistic logic", w: S. J. Surma, *Studies in the history of mathematical logic*, Wrocław: Ossolineum 1973, s. 81-86.

[6] J. Kotas, „Discussive Sentential Calculus of Jaśkowski", *Studia Logica*, 34, 2 (1975), s. 149-168.

[7] S. J. Surma, „Jaśkowski's matrix criterion for the intuitionistic propositional calculus", w: S. J. Surma, *Studies in the history of mathematical logic*, Wrocław: Ossolineum 1973, s. 87-121.

[8] Z. Zawirski, „Geneza i rozwój logiki intuicjonistycznej", *Kwartalnik Filozoficzny* 16, 2 (1946), s.165-222.

Janusz Ciuciura