

ANDRZEJ SERUGA, STANISŁAW KAŃKA, TOMASZ LISOWICZ\*

## MODUŁ SPRĘŻYSTOŚCI BETONÓW NA KRUSZYWIE GRANITOWYM W ŚWIELE BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH

### GRANITE CONCRETE MODULUS OF ELASTICITY IN VIEW OF EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS

#### Streszczenie

W artykule przedstawiono wybrane właściwości mechaniczne betonu na kruszywie granitowym, zastosowanego do wykonania Mostu Rędzińskiego. W oparciu o wartości wytrzymałości betonu na ściskanie i modułu sprężystości, otrzymane z badań doświadczalnych, dokonano oceny przydatności powszechnie stosowanych zależności do przewidywania modułu sprężystości betonu w oparciu o wytrzymałość betonu na ściskanie.

*Słowa kluczowe: beton, moduł sprężystości przy ściskaniu, wytrzymałość na ściskanie*

#### Abstract

In the paper there are presented the selected mechanical properties of granite concrete used to construction of Rędziński Bridge. Based on the compressive strength and the modulus of elasticity values, resulted from the experimental investigations, it was evaluated the commonly used relationship for prediction the modulus of elasticity based on the compressive strength.

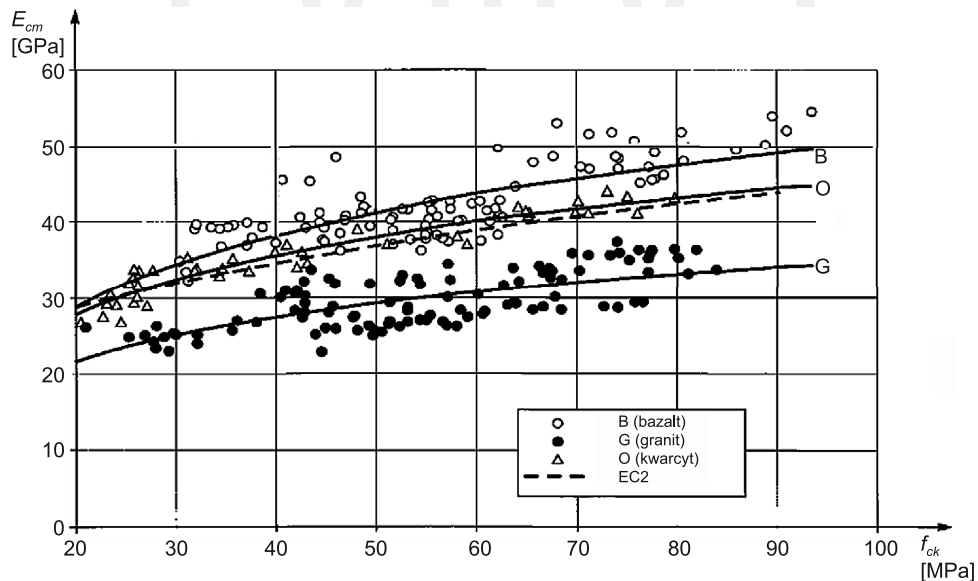
*Keywords: concrete compressive strength, modulus of elasticity*

\* Dr hab. inż. Andrzej Seruga, prof. PK, mgr inż. Stanisław Kańka, mgr inż. Tomasz Lisowicz, Instytut Materiałów i Konstrukcji Budowlanych, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Krakowska.

## 1. Wstęp

W realizacji konstrukcji z betonu sprężonego najważniejszą czynnością jest wprowadzenie siły sprężającej. Zarówno w konstrukcjach kablobetonowych, jak i strunobetonowych, decyzję w tym zakresie podejmowane są po uprzednim doświadczalnym określeniu wytrzymałości betonu na ściskanie. Bardzo dobrze byłoby gdyby wykonawca znał jednocześnie moduł sprężystości betonu. Z uwagi na fakt, że oznaczenie doświadczalne tego parametru może mieć miejsce wyłącznie w laboratorium badawczym, wykonawca korzysta ze wzorów obliczeniowych podawanych przez różne normy, a także opracowanych przez zespoły badawcze.

Odkształcenia sprężyste betonu w dużym stopniu zależą od rodzaju zastosowanego kruszywa. Podane w normie [1] wartości właściwości mechanicznych dotyczą betonów wykonanych z kruszywami kwarcytowymi. Dla kruszyw wapiennych i piaskowych zaleca się zmniejszać normowe wartości modułu siecznego odpowiednio o 10% i 30%. W przypadku betonów na kruszwywach bazaltowych wartości modułu należy zwiększyć o 20%. W normie nie ma żadnych sugestii w odniesieniu do betonów na kruszwywie granitowym. Należy podkreślić, że ten rodzaj kruszywa jest najczęściej stosowany w Polsce, spośród kruszyw łamanych. W pracy [2] można znaleźć informacje z których wynika, że w przypadku zastosowania kruszywa granitowego moduł sprężystości może być niższy nawet o ponad 20%, w stosunku do wartości normowej. Należy zauważyć, że występujące w Polsce kruszywa granitowe charakteryzują się niską wytrzymałością. Z uwagi na fakt, że wraz ze zmianą gęstości objętościowej kruszywa zmienia się również gęstość objętościowa betonu, niektóre zależności ujmują również ten parametr betonu przy wyznaczaniu modułu sprężystości na drodze obliczeniowej.

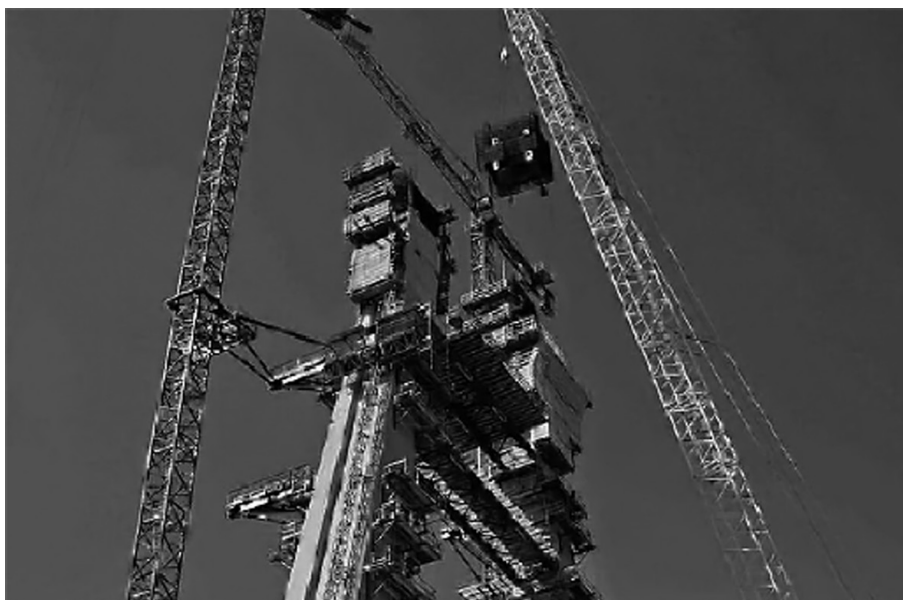


Rys. 1. Zależność modułu sprężystości betonu od wytrzymałości na ściskanie [2]

Fig. 1. Concrete modulus of elasticity versus compressive strength [2]

Na rysunku 1 przedstawiono zmianę modułu sprężystości betonu w zależności od rodzaju zastosowanego kruszywa oraz wytrzymałości charakterystycznej betonu na ściskanie [2]. Problem przydatności wzorów przeliczeniowych do wyznaczenia modułu sprężystości betonu był przedstawiony również w pracy [3].

W ramach realizowanej Autostradowej Obwodnicy Wrocławia (AOW) budowany był Most Rędziański przez Odrę. Cała przeprawa z estakadami dojazdowymi jest długości 1800 m, w tym most o rozpiętości 612 m. Dla konstrukcji mostowej zaprojektowano i zrealizowano najwyższy w Polsce pylon o wysokości 122 m [4,5]. Zadaniem konstrukcji jest utrzymanie dwóch podwieszonych wielopasmowych jezdni. Do wykonania konstrukcji nośnej i pylonu zastosowano beton klasy C60 na kruszywie granitowym. Ogólny widok pylonu przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Widok pylonu Mostu Rędziańskiego podczas jego realizacji [5]

Fig. 2. General view of Rędziński Bridge Pylon under construction [5]

W dokonanej analizie wykorzystano wyniki otrzymane z badań doświadczalnych przeprowadzonych w Laboratorium Instytutu Materiałów i Konstrukcji Budowlanych Politechniki Krakowskiej na zlecenie Mostostalu Warszawa S.A. [6]. Niektóre wyniki były prezentowane w pracy [7].

## 2. Badania doświadczalne

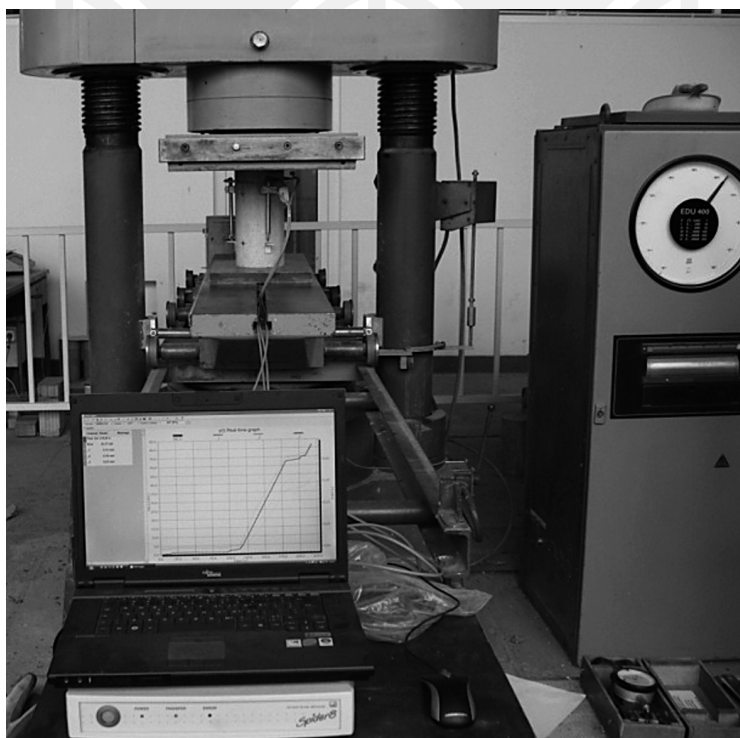
Przedmiotem badań doświadczalnych był beton, z którego wykonany został pylon i konstrukcja nośna. Do produkcji mieszanki betonowej zastosowano kruszywo łamane granitowe o uziarnieniu maksymalnym do 16 mm. Jako spoiwo używany był cement portlandzki CEM

I 42,5R. W początkowym okresie betonowania pylonu do produkcji mieszanki betonowej stosowano cement CEM III 42,5 N. Badania doświadczalne przeprowadzono na próbkach o wymiarach  $\phi 150 \times 300$  mm, dostarczonych przez Zleceniodawcę w 3 terminach w liczbie 50 par. Tylko 7 par próbek było wykonanych na cemencie hutniczym.

Wiek dostarczonych próbek był bardzo zróżnicowany. Dla pylonu zawierał się on w przedziale od 82 do 295 dni. Wszystkie dostarczone próbki były szlifowane na obu końcach tak, aby uzyskać powierzchnie dociskowe gładkie i prostopadłe do tworzącej. Tak przygotowane próbki były zważone i pomierzone w celu wyznaczenia gęstości betonu.

W dalszej kolejności jedną losowo wybraną próbkę z każdej pary przeznaczono do wyznaczenia wytrzymałości betonu na ściskanie. Określona w ten sposób wartość wytrzymałości była podstawą do przyjęcia górnego poziomu obciążenia drugiej próbki przy badaniu współczynnika sprężystości betonu na ściskanie, zgodnie z zaleceniami DIN 148-5:1991.

Do wyznaczenia  $E_{cm}$  zostały przyjęte następujące poziomy obciążenia: górny równy  $\sigma_G = 0,4f_{c,cyl}$  i dolny stały równy  $\sigma_D = 0,5$  MPa. Obciążenie realizowano stosując maszynę wytrzymałościową EDU 400, posiadającą stosowne świadectwo wzorcowania, umożliwiającą automatyczny przyrost lub spadek siły w czasie. W trakcie badania, obciążenie i odciążenie realizowano z prędkością 0,5 MPa/s.



Rys. 3. Ogólny widok stanowiska badawczego

Fig. 3. General view of test stand



Rys. 4. Pomiar odkształceń betonu na stanowisku badawczym

Fig. 4. Concrete strains measurement at test stand

Pomiar odkształceń realizowano dwoma metodami. W sposób mechaniczny za pomocą ekstensometru Demec o bazie pomiarowej 150 mm i dokładności  $1,07 \times 10^{-5}$  oraz pomiar cyfrowy za pomocą czujników indukcyjnych drogi typu HBM-WA 20 o dokładności  $1 \times 10^{-5}$  mm mocowanych na próbce dla bazy pomiarowej 150 mm, rozmieszczonych wzdłuż trzech tworzących na wysokości próbki. Ogólny widok stanowiska badawczego przedstawiono na rys. 3, natomiast pomiar odkształceń dla kolejnego etapu obciążenia obrazuje rys. 4.

Przed badaniem, na pobocznicę próbek walcowych, naklejono repery pomiarowe oraz uchwyty do mocowania czujników indukcyjnych. Repery służyły do pomiaru odkształceń za pomocą ekstensometru mechanicznego podczas osiowego ściskania, natomiast uchwyty do mocowania w/w czujników. Pomiar za pomocą ekstensometru Demec odbywał się cyklicznie przy naprężeniu  $\sigma_D = \text{const} = 0,5 \text{ MPa}$  oraz  $\sigma_G = 0,4 f_{c,cyl}$ , natomiast czujniki indukcyjne rejestrowały deformację próbki w sposób ciągły z częstotliwością 2 Hz podczas całego przebiegu obciążenia.

Współczynnik sprężystości betonu E (tzw. moduł sprężystości) określany jest jako tangens kąta nachylenia sieciowej wykresu zależności naprężeń i odkształceń  $\sigma - \epsilon$  w zakresie  $0,5 \text{ MPa} - 0,4 f_{c,cyl}$ . Wartość modułu sprężystości dla każdej próbki dla poszczególnych pomiarów odkształceń wyznaczono według następującej zależności (1):

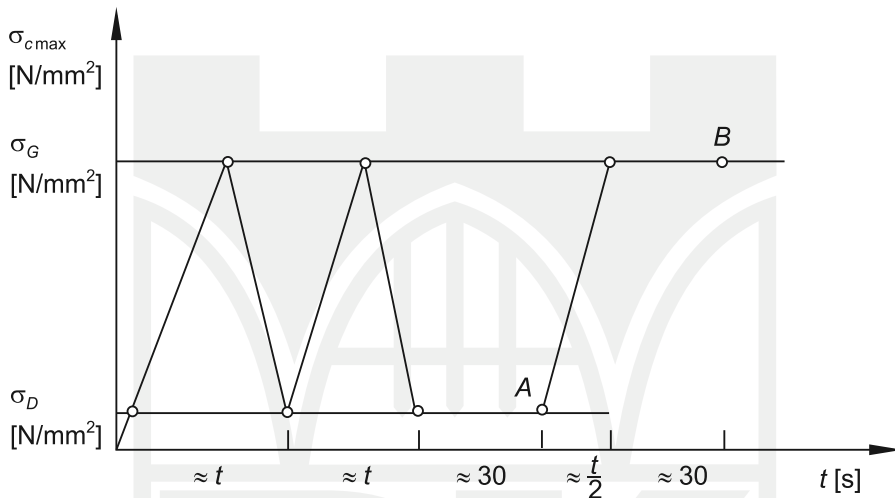
$$E_{cm} = \frac{\sigma_G - \sigma_D}{\varepsilon_G - \varepsilon_D} \text{ [GPa]} \quad (1)$$

gdzie:

$\varepsilon_D$  – dolny poziom odkształceń,

$\varepsilon_G$  – górny poziom odkształceń.

Dla próbek  $\varnothing 150 \times 300 \text{ mm}$  pole przekroju  $A_c = 17671 \text{ mm}^2$ . Dolny poziom obciążenia stały – siła  $P_0 = 8,84 \text{ kN}$ . Przyjęty schemat obciążenia badanej próbki przedstawiono na rys. 5.



Rys. 5. Schemat obciążenia badanej próbki

Fig. 5. Loading scheme of testing sample

Wyniki otrzymane z badań ustroju nośnego i pylonu zestawiono odpowiednio w tabelach 1 i 2. Graficzne zestawienie wyników badań wytrzymałości na ściskanie i modułu sprężystości próbek betonu pobranych w trakcie betonowania ustroju nośnego i pylonu przedstawiono odpowiednio na rys. 6 i 7. Wyniki badań modułu sprężystości w odniesieniu do wieku betonu w chwili badania próbek z ustroju nośnego i pylonu przedstawiono analogicznie na rys. 8 i 9. Z kolei na rys. 10 i 11 przedstawiono rozkłady modułów sprężystości w zależności od gęstości betonu w chwili badania próbek odpowiednio z konstrukcji nośnej i pylonu.

Biorąc pod uwagę wartości modułu sprężystości określone podczas badania wszystkich próbek z ustroju nośnego i pylonu, sporządzono wykresy obrazujące na rys. 12 zależność modułu Younga od wieku betonu oraz na rys. 13 od gęstości betonu. Analogicznie zestawiono wartości wytrzymałości betonu na ściskanie określone na wszystkich badanych próbkach w odniesieniu do modułu sprężystości betonu określonego metodą cyfrową i mechaniczną (rys. 14).

Tabela 1

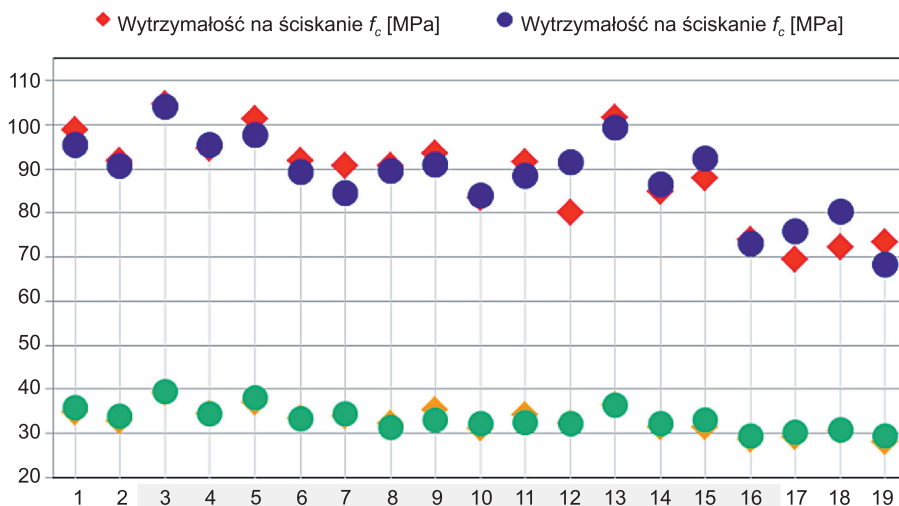
## Zbiorcze zestawienie wyników badań betonu z ustroju nośnego

Nr pary próbek	Wiek betonu w chwili badania [dni]	Gęstość betonu [kg/m <sup>3</sup> ]		Wytrzymałość na ściskanie $f_c$ [MPa]		Moduł sprężystości [GPa]	
						$E_{cyf}^*$	$E_{mech}^*$
1	2	3		4		5	6
1	295	2345	2369	98,7	95,6	34,7	35,9
2	295	2342	2344	91,8	90,7	32,8	33,8
3	265	2381	2389	104,7	104,2	39,2	39,5
4	242	2371	2374	94,7	95,4	34,5	34,6
5	238	2383	2358	101,3	97,7	37,0	38,2
6	224	2353	2374	91,9	89,4	33,5	33,3
7	212	2342	2317	90,6	84,7	34,1	34,7
8	197	2377	2404	90,7	89,7	32,2	31,6
9	192	2382	2355	93,7	91,0	35,3	33,1
10	172	2340	2337	83,4	84,0	31,2	32,3
11	158	2377	2367	91,7	88,5	34,3	32,6
12	141	2344	2361	80,2	91,7	32,2	32,3
13	136	2389	2381	101,6	99,5	36,4	36,6
14	124	2367	2364	84,8	86,5	31,4	32,3
15	117	2339	2374	87,9	92,3	31,5	33,0
16	97	2322	2345	74,1	73,2	28,6	29,5
17	90	2336	2358	69,4	76,0	29,2	30,3
18	88	2340	2356	72,2	80,5	30,5	30,9
19	82	2358	2339	73,3	68,5	28,0	29,4
Parametry rozkładu	Wartość średnia	2363		89		33,0	33,4
	$s$	17,6		8,8		2,9	2,7
	$v$ [%]	0,7		9,9		8,9	8,2

Zbiórce zestawienie wyników badań betonu z pylonu

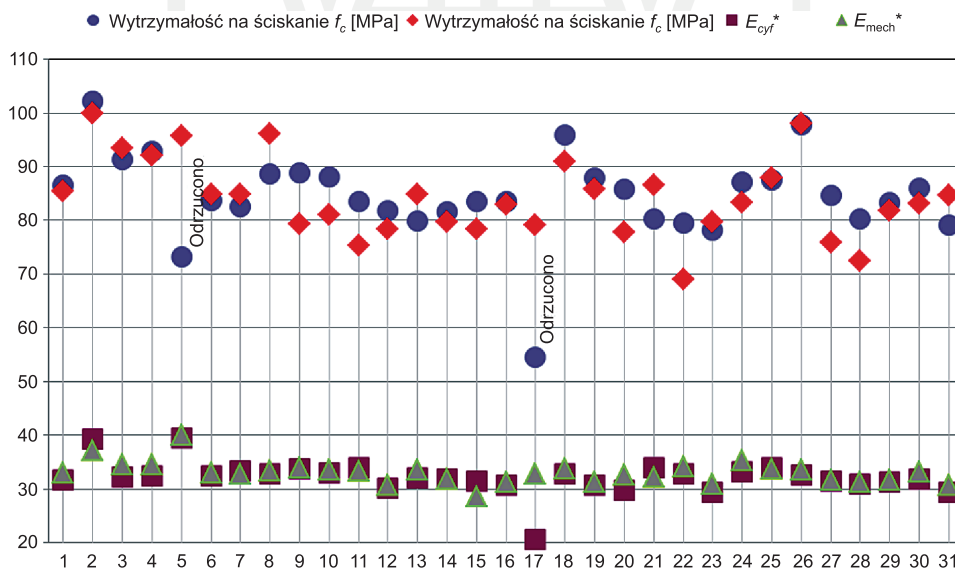
Numer pary próbek	Wiek betonu w chwili badania	Gęstość betonu [kg/m <sup>3</sup> ]		Wytrzymałość na ściskanie $f_c$ [MPa]		Moduł sprężystości [GPa]	
						$E_{cyf}^*$	$E_{mech}^*$
1	2	3		4		5	6
1	656	2313	2328	86,6	85,4	31,7	32,9
2	417	2376	2357	102,1	99,9	39,3	37,2
3	416	2370	2450	91,3	93,5	32,3	34,6
4	371	2331	2337	92,9	92,1	32,4	34,6
5	268	2331	2370	73,2	95,7	39,4	40,0
6	217	2363	2370	83,8	84,8	32,4	33,0
7	201	2374	2378	82,6	84,9	33,3	32,8
8	194	2325	2354	88,6	96,1	32,7	33,3
9	158	2338	2369	88,8	79,3	33,6	33,9
10	150	2357	2351	88,2	81,0	33,1	33,6
11	142	2366	2391	83,5	75,3	34,0	33,4
12	134	2357	2353	81,9	78,4	30,0	30,7
13	133	2310	2381	79,9	84,9	32,1	33,5
14	116	2341	2370	81,6	79,8	31,8	31,9
15	115	2337	2324	83,5	78,3	31,5	28,7
16	110	2377	2373	83,5	83,0	30,6	31,2
17	108	2362	2352	54,5	79,1	20,6	32,8
18	95	2421	2351	95,9	90,9	32,8	33,7
19	95	2360	2367	87,8	85,8	30,8	31,2
20	93	2368	2382	85,8	77,7	29,8	32,6
21	87	2375	2395	80,3	86,6	33,9	32,2
22	87	2362	2293	79,5	69,0	32,7	34,1
23	85	2308	2311	78,1	79,7	29,4	30,9
24	85	2381	2373	87,2	83,4	33,1	35,2
25	83	2372	2398	87,4	87,8	33,9	33,8
26	68	2378	2349	97,7	97,9	32,6	33,6
27	68	2355	2361	84,7	76,0	31,4	31,7
28	65	2384	2350	80,2	72,4	30,8	31,2
29	63	2363	2316	83,3	81,7	31,3	31,6
30	49	2367	2355	86,1	83,2	31,8	33,1
31	37	2325	2389	79,1	84,7	29,3	30,7
Parametry rozkładu	Wartość średnia	2367		85,8		32,2	32,8
	$s$	24,0		6,5		1,9	1,7
	$v$ [%]	1,0		7,6		5,9	5,1





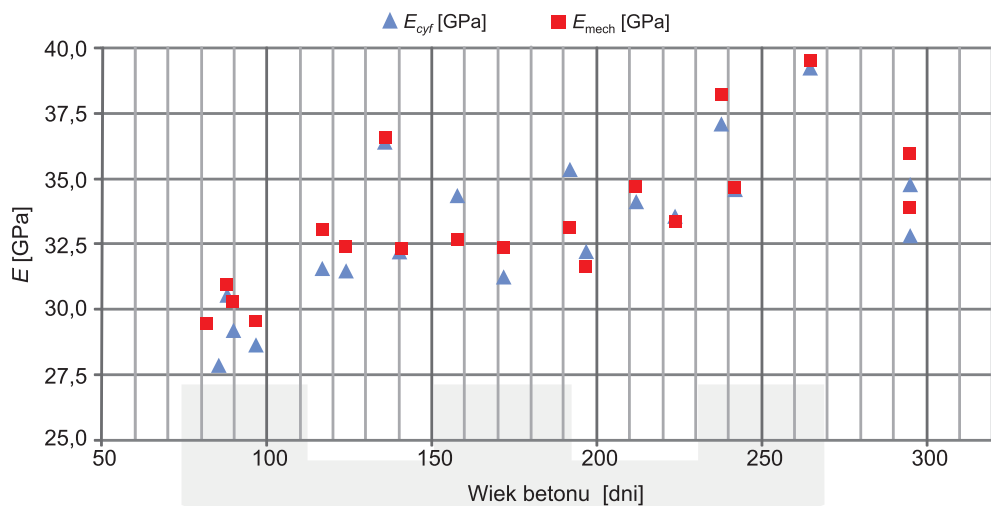
Rys. 6. Wytrzymałość betonu na ściskanie i moduł sprężystości betonu określone na próbkach pobranych podczas betonowania konstrukcji nośnej

Fig. 6. Concrete compressive strength and modulus of elasticity tested on samples moulded during casting the load-bearing structure



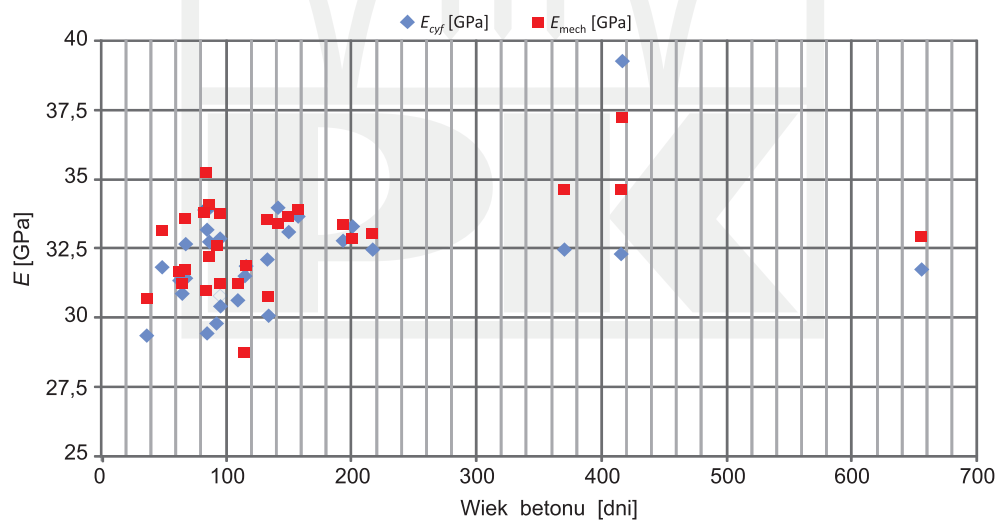
Rys. 7. Wytrzymałość betonu na ściskanie i moduł sprężystości betonu określone na próbkach pobranych podczas betonowania pylonu

Fig. 7. Concrete compressive strength and modulus of elasticity tested on samples moulded during casting the pylon



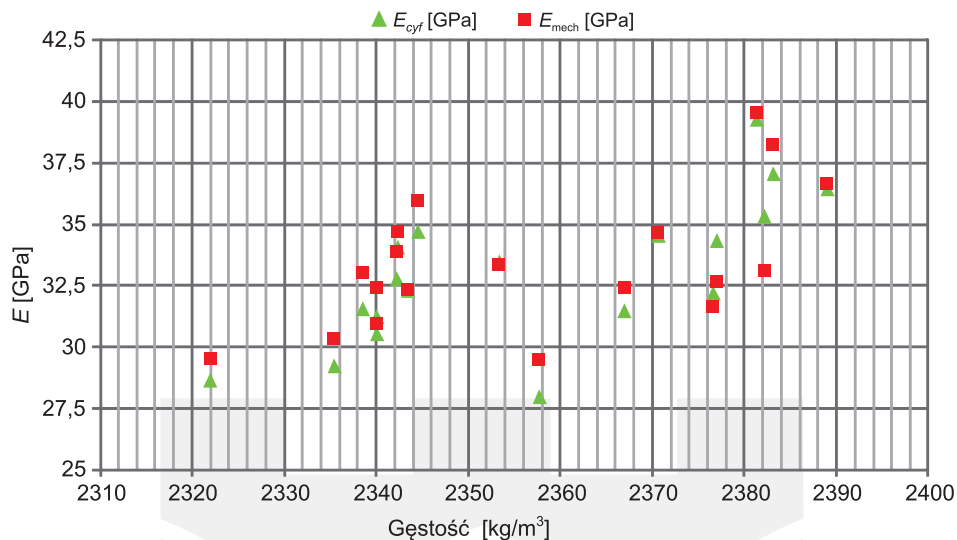
Rys. 8. Moduł sprężystości betonu w zależności od wieku betonu, określony na próbkach pobranych podczas betonowania konstrukcji nośnej

Fig. 8. Concrete modulus of elasticity versus concrete age, tested on samples moulded during casting the load-bearing structure



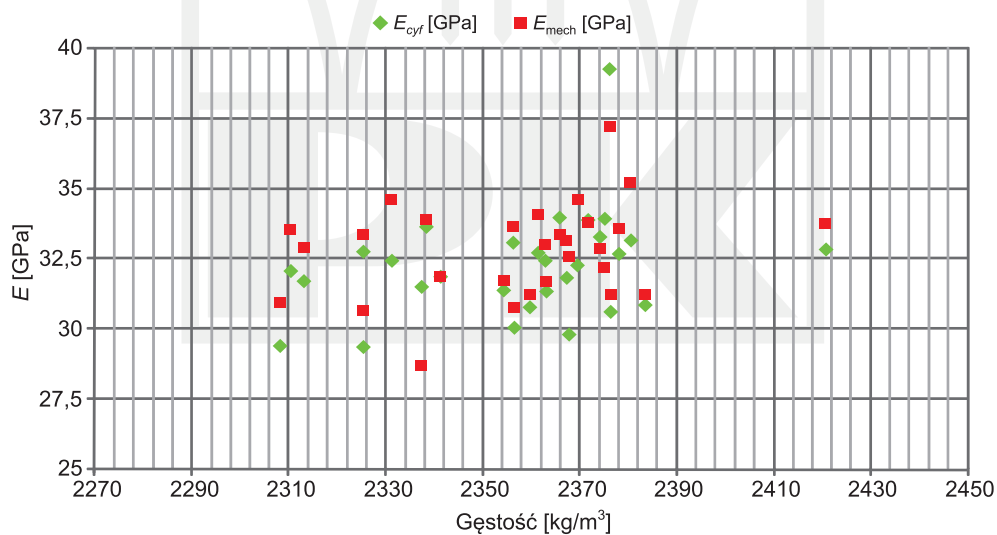
Rys. 9. Moduł sprężystości betonu w zależności od wieku betonu, określony na próbkach pobranych podczas betonowania pylonu

Fig. 9. Concrete modulus of elasticity versus concrete age, tested on samples moulded during casting the pylon



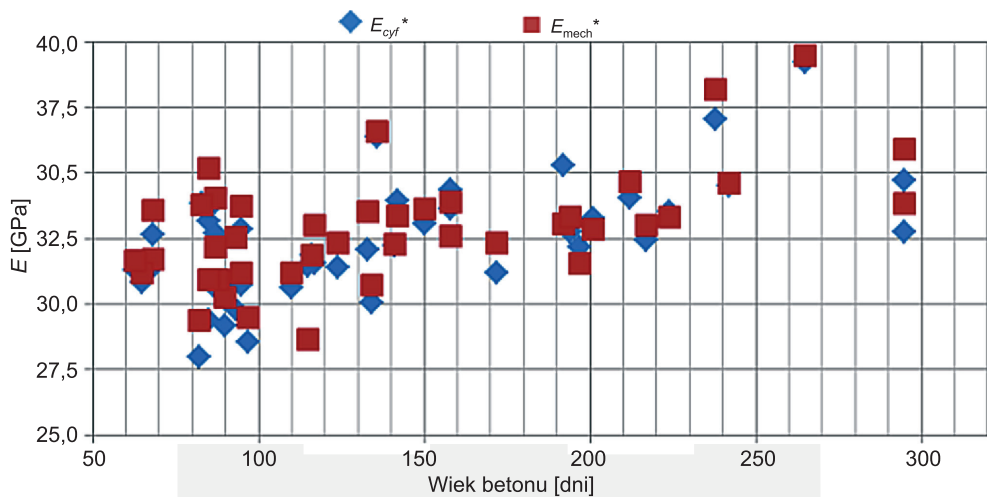
Rys. 10. Moduł sprężystości betonu w zależności od gęstości betonu, określony na próbkach pobranych podczas betonowania konstrukcji nośnej

Fig. 10. Concrete modulus of elasticity versus concrete mass density, tested on samples moulded during casting the load-bearing structure



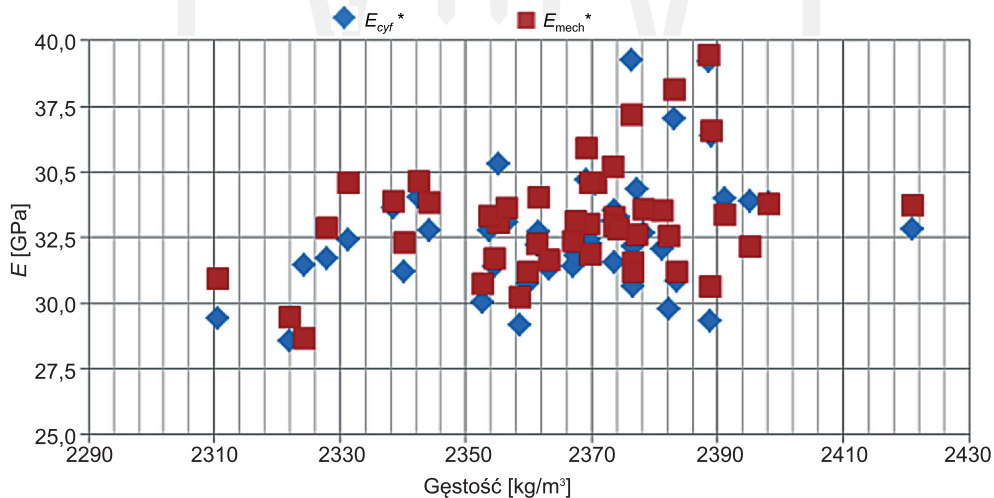
Rys. 11. Moduł sprężystości betonu w zależności od gęstości betonu, określony na próbkach pobranych podczas betonowania pylonu

Fig. 11. Concrete modulus of elasticity versus concrete mass density, tested on samples moulded during casting the pylon



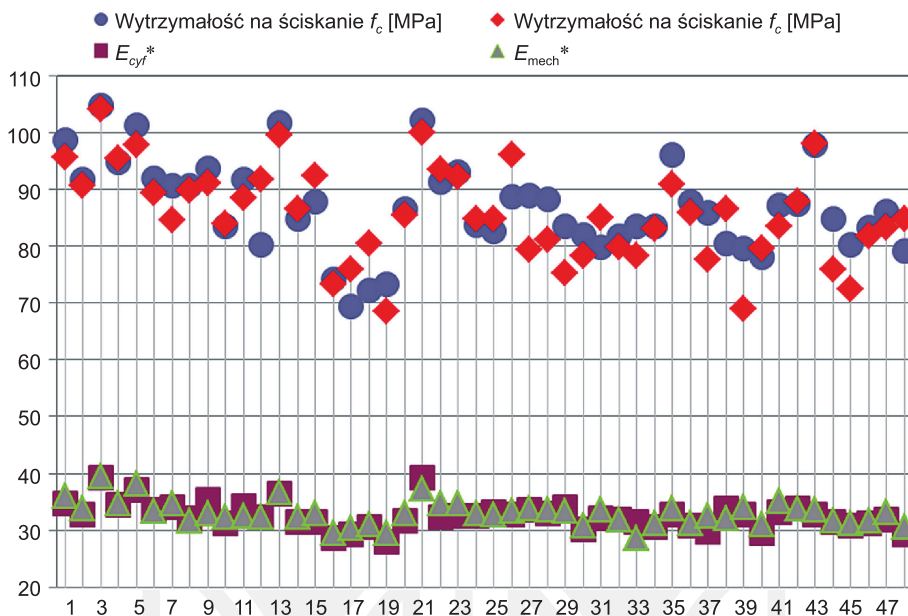
Rys. 12. Moduł sprężystości betonu w zależności od wieku betonu, określony na wszystkich badanych próbkach

Fig. 12. Concrete modulus of elasticity versus concrete age, resulted from all tested samples



Rys. 13. Moduł sprężystości betonu w zależności od gęstości betonu, określony na wszystkich badanych próbkach

Fig. 13. Concrete modulus of elasticity versus concrete mass density, resulted from all tested samples



Rys. 14. Wytrzymałość betonu na ściskanie i moduł sprężystości betonu określone na wszystkich badanych próbkach

Fig. 14. Concrete compressive strength and modulus of elasticity resulted from all tested samples

W tabelach 1 i 2 podano również wyznaczone wartości średnie, odchylenia standardowe  $s$  i współczynniki zmienności  $v$ . Średnia gęstość betonu, z którego wykonano ustrój nośny i pylon wynosi odpowiednio  $2363 \text{ kg/m}^3$  i  $2367 \text{ kg/m}^3$ , natomiast wytrzymałość betonu na ściskanie  $89,0 \text{ MPa}$  i  $85,8 \text{ MPa}$ . Wartość średnia modułu sprężystości betonu wyznaczona za pomocą czujnika mechanicznego (Demec) wynosi  $33,4 \text{ GPa}$  dla betonu konstrukcji nośnej i  $32,8 \text{ GPa}$  dla betonu pylonu. Średni moduł sprężystości betonu wyznaczony na podstawie wszystkich badanych próbek wynosi  $33,011 \text{ GPa}$ , natomiast średnia wytrzymałość na ściskanie  $86,26 \text{ MPa}$ . Wartość średnia modułu sprężystości betonu wyznaczona za pomocą czujnika indukcyjnego wynosi  $33,0 \text{ GPa}$  dla betonu konstrukcji nośnej i  $32,2 \text{ GPa}$  dla betonu pylonu. Średni moduł sprężystości betonu wyznaczony na podstawie wszystkich badanych próbek wynosi  $32,523 \text{ GPa}$ . Wartość ta jest niższa o  $1,5\%$  od średniej wartości modułu sprężystości wyznaczonej za pomocą czujnika mechanicznego.

$$E_{cm} = 22 \cdot (0,1 \cdot f_{cm})^{0,3} \quad (\text{PN-EN 1992-1-1}) \quad (2)$$

$$E_{cm} = 0,043 \cdot \sqrt{\rho_c^3 \cdot f_{cm}} \quad (\text{ACI 318 M-02}) \quad (3)$$

$$E_c = 9500 \cdot \sqrt[3]{f_{ck} + 8} \cdot \left( \frac{\rho_c}{2400} \right)^2 \quad (\text{CEB-FIB Model Code 1990}) \quad (4)$$

$$E_{cm}(t) = [f_{cm}(t) / f_{cm}]^{0,3} \cdot E_{cm} \quad \text{wzór (3,5) wg [1]} \quad (5)$$

W praktyce wykonawczej często określa się wartość modułu sprężystości betonu na ściskanie, z pominięciem badań doświadczalnych, wykorzystując określoną doświadczalnie wartość wytrzymałości betonu na ściskanie. W celu zweryfikowania prawidłowości działań w tym zakresie postanowiono skorzystać z trzech zależności podanych wzorami (2), (3) i (4). Obliczone wartości modułu sprężystości betonu wg tych wzorów wynoszą odpowiednio 42 GPa, 45,9 GPa i 40,76 GPa. Stosunek średniej wartości modułu sprężystości wyznaczonej doświadczalnie do wartości średniej obliczonej wg tych zależności wynosi odpowiednio 0,78; 0,72 i 0,81. W normie PN-EN 1992-1-1:2008 średniej wytrzymałości betonu na ściskanie na poziomie 85 MPa przypisany jest moduł sprężystości betonu o wartości 43 GPa. Nasuwa się zatem oczywisty wniosek, że żadna z zalecanych zależności analitycznych nie może być podstawą do wyznaczenia wartości modułu. Należy wprowadzić dodatkowo współczynnik korygujący, uwzględniający rodzaj zastosowanego kruszywa. W przypadku betonów na kruszywie granitowym wartość tego współczynnika kształtuje się na poziomie 0,80. W punkcie 3.1.3(2) ww. normy nie ma informacji na temat wartości współczynnika zmniejszającego w przypadku stosowania betonów na kruszywie granitowym. Przytoczony wzór (5) pozwalający obliczyć moduł sprężystości betonu w zależności od czasu  $t$  nie może być zastosowany w analizowanym przypadku z uwagi na brak znajomości wartości  $f_{cm}$  i  $E_{cm}$  po 28 dniach dojrzewania betonu. Prezentowane wyniki są zbliżone z wartościami otrzymanymi w przeprowadzonych badaniach doświadczalnych.

### 3. Wnioski

W oparciu o przeprowadzoną analizę otrzymanych wyników można sformułować następujące wnioski:

- W przypadku projektowania konstrukcji z betonu sprężonego należy definiować wymagania w odniesieniu do wytrzymałości betonu na ściskanie jak również wartości modułu sprężystości, w chwili przewidywanego obciążenia konstrukcji cięgniami sprężającymi;
- Warunkiem zatwierdzenia receptury betonu, opracowanej przez producenta mieszanki betonowej, winno być przedstawienie wyników badań przeprowadzonych na mieszankach próbnych w okresie do 28 dni dojrzewania betonu;
- W przypadku stosowania betonów na kruszywie granitowym proponuje się przy określaniu modułu sprężystości betonu, wprowadzenie współczynnika zmniejszającego na poziomie 0,8 w stosunku do wartości normowej dla danej klasy betonu;
- Z uwagi na stosowanie środków napowietrzających do betonów dla obiektów mostowych oraz dla zbiorników należy przeprowadzić stosowne badania uzupełniające w celu określenia ich rzeczywistego wpływu na wartość modułu sprężystości betonu.

### Literatura

- [1] Eurokod 2 PN-EN 1992-1-1:2008 Projektowanie konstrukcji z betonu – Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [2] Ajdukiewicz A., Mames J., *Konstrukcje z betonu sprężonego*, Polski Cement, Kraków 2004.

- [3] Seruga A., *Wytrzymałość i odkształcalność betonu w świetle norm*, Inżynieria i Budownictwo, nr 11–12, 1982.
- [4] Sumara A., *Most o najwyższym pylonie w Polsce*, Geoinżynieria, drogi, mosty i tunele, 1/2011, 38-40.
- [5] Górnik G., *Most Rędziński w ciągu Autostradowej Obwodnicy Wrocławia – rozwiązania konstrukcyjne i technologia*, I Studencka Konferencja Budowlana „EUROINŻYNIER” – Nowoczesne projektowanie i realizacja konstrukcji budowlanych, Kraków, 18–20 marca 2011.
- [6] Seruga A., Kańka S., Lisowicz T., Rudka T., *Raport L-1/630/2010. Oznaczenie modułu sprężystości przy ściskaniu oraz gęstości w stanie wilgotności rzeczywistej betonu*, Kraków, luty 2011.
- [7] Seruga A., Kańka S., Lisowicz T., *Właściwości mechaniczne betonu zastosowanego do wykonania pylonu i konstrukcji nośnej Mostu Rędzińskiego*, Konferencja Naukowo-Techniczna „Konstrukcje Sprężone”, Kraków, 21–23 marca 2012.

