PRINCIPIA LXVIII (2021)
PL-ISSN 0867–5392
DOI 10.4467/20843887PI.21.003.18693

Grzegorz Słowiński

Gry i rzeczy niepewne – komentarz do *De incerti aestimatione* G.W. Leibniza

Games and Uncertain Things – a Commentary to G.W. Leibniz's *De incerti aestimatione*

Streszczenie

De incerti aestimatione („O szacowaniu rzeczy niepewnych") G.W. Leibniza z 1678 roku stanowi próbę wyprowadzenia ogólnej metody dla rozwiązania problemu punktów, czyli podziału puli w dowolnej rundzie gry. Część wyjaśniająca zawiera szereg definicji i pomysłów pojawiających się w pismach Leibniza w poprzednich latach. Wśród nich znajduje się definicja pojęcia prawdopodobieństwa (*probabilitas*) kojarzonego wówczas z niezakończonym jeszcze sporem o probabilizm moralno-teologiczny. Jest to w tym wypadku skojarzenie uzasadnione faktem, że w korespondencji i późniejszych pismach Leibniz proponuje rozważać prawdopodobieństwo w znaczeniu matematycznym w przeciwieństwie do znaczenia używanego w teologii moralnej. *De incerti aestimatione* jest drugą pracą Leibniza, w której poświęca on uwagę grom, zagadnieniu ich sprawiedliwości i oczekiwanej wartości, którą nazywa nadzieją. W artykule omówiono prawne, moralne i metafizyczne konteksty pojęć *probabilitas*, *jus* (prawa) i *ratio*, jak również ograniczenia moralnego zastosowania pojęcia prawdopodobieństwa. Przedstawiono także rozwiązanie problemu punktów przez Leibniza, które, choć błędne, stanowi niezależną od Pascala propozycję zastosowania do tego problemu metody rekurencyjnej.

Słowa kluczowe: G.W. Leibniz, teoria gier, probabilizm

Summary

De incerti aestimatione ("On the estimation of uncertain things") by G.W. Leibniz in 1678 is an attempt to derive a general method for the problem of points, that is, the division of the stake in any round of the game. The explanatory section contains a number of definitions and ideas appearing in Leibniz's writings in earlier years. Among them is a definition of the concept of probability (*probabilitas*) associated at the time with the still unfinished debate over moral-theological probabilism. This association is justified in this case by the fact that in his correspondence and later writings Leibniz proposes to consider probability in a mathematical sense as opposed to the meaning used in moral theology. *De incerti aestimatione* is Leibniz's second work, in which he devotes attention to games, the issue of their justice and expected value, which he calls hope. The article discusses the legal, moral and metaphysical contexts of the concepts of *probabilitas*, *jus* (law) and *ratio*, as well as the limitations of the moral application of probability. Leibniz's solution to the problem of points is also presented, which, although flawed, is an independent proposal from Pascal for applying the recursive method to this problem.

Keywords: G.W. Leibniz, game theory, probabilism

W pierwszej części *Initia et Specimena Scientiae Generalis* („Zaczątków i wzorców Nauki Ogólnej") sporządzonych w lecie i jesieni 1679 roku Leibniz umieścił „doktrynę szacowania stopni prawdopodobieństwa" (*doctrina probabilitatis de gradibus ejus aestimandis*)[1] i to ona miała obejmować szereg pozostających w zalążkach prac poświęconych grom, rentom i oczekiwanej długości życia. W ówczesnych pismach matematycznych pojęcie *probabilitas* jest stosowane rzadko. Nie występuje ono ani w korespondencji Pascala z Fermatem (1654–1655), ani w *De ratiociniis in ludo aleae* (1657) Ch. Huygensa, choć to te pisma uchodzą

[1] Leibniz dzieli swoją *Scientia Generalis* na *Ars judicandi* i *Ars inveniendi*, do pierwszej włączając wspomnianą doktrynę stopniowania prawdopodobieństw (G.W. Leibniz, *Philosophische Schriften: (1677–1690)*, cz. IV, Berlin 1999, s. 353).

za punkt wyjścia dla nowej dziedziny matematyki. Wystąpieniu *probabilitas* w matematycznym kontekście *De incerti aestimatione* należy wobec tego poświęcić szczególną uwagę. Powodem unikania tego terminu przez licznych matematyków i filozofów XVII wieku jest zapewne jego teologiczne uwikłanie. Wybór terminologiczny Leibniza jest więc szczególnie interesujący jako możliwe nawiązanie do probabilizmu moralno-teologicznego, który był wprawdzie nurtem jeszcze żywym, lecz pozbawionym swej dawnej pozycji w teologicznym dyskursie.

Pojęcie *probabilitas* odkryte na nowo przez renesansowych teologów[2], stało się dla wielu orężem erystycznym, sięgającym niebadanych do tej pory problemów moralności, ekonomii i polityki, ale znajdującym także zastosowanie w kontekstach ogólnoteoretycznych. O skali nieskrępowanego nadużywania prawdopodobieństwa świadczą często dość przejaskrawione, lecz godne uwagi przykłady *Prowincjałek* B. Pascala, których bohater spotyka się między innymi z następującym sofizmatem: „Przekonałeś się wczoraj, iż tak twierdząca jak i przecząca strona każdego mniemania ma, wedle sądu nowych doktorów, swoje prawdopodobieństwo, wystarczające, aby iść za nim ze spokojnym sumieniem. Nie znaczy to, aby obie były jednako prawdziwe: to jest niepodobieństwo; ale są prawdopodobne, a tym samym pewne". Oczywiście te mniemania nie są pewne, jednak według ogólnej zasady probabilizmu stopień prawdopodobieństwa nie gra roli w sytuacji, gdy człowiek zmuszony jest wybrać jedno z nich. Według zwolenników owej zasady podążanie za opinią mniej prawdopodobną jest dozwolone nawet, gdy dostępna jest opinia bardziej

[2] Przed powstaniem probabilizmu w Salamance i Valladolid, pojęcie prawdopodobnych opinii pojawia się w komentarzach Francisco de Vitorii (1483/1486–1546) i Melchora Cano (1509–1560) do *Sumy teologicznej* Tomasza z Akwinu. Wcześniej jest ono rozważane w sumach Tommaso de Vio Cajetana (1469–1534) i Sylvestra Mazzolini da Prierio (1456–1523). Por. Th. Deman, *Probabilisme*, [w:] *Dictionnaire de théologie catholique*, Paris 1936, s. 439–463, por. także: J. Blic, *Barthélemy de Medina et les origines du probabilisme*, „Ephemerides theologicae Lovanienses" 1930, cz. 3, s. 46–83, 264–291.

prawdopodobna[3]. Samo pojęcie prawdopodobieństwa opinii oznacza więc, że opinie te stanowią wyjście niebudzące moralnych wątpliwości. Nie może wobec tego dziwić zarzut Pascala przeciwko teologom nadużywającym kategorii *probabilitas* przy rozstrzyganiu sytuacji niepewnych, wedle którego służy im ona do „odwracania moralnych intencji", a więc do forsowania najbardziej dogodnej interpretacji zasad moralnych i prawnych. Wraz z ogromną liczbą wyrwanych z kontekstu opinii uznanych ekspertów probabiliści oferują więc kościelne *imprimatur* dla wszystkich swoich „klientów", którzy chcieliby nagiąć dla swoich celów niektóre nakazy wiary, przyczyniając się w sposób mniej lub bardziej świadomy do poluzowania zasad samej moralności. Dzięki temu poluzowaniu (laksyzmowi) teologowie mogą utrzymać w ryzach wszystkich, którzy w przeciwnym razie unikaliby spowiedzi. Według A. Arnauld i P. Nicole'a, autorów *Logiki Port-Royal*, nadużycie *probabilitas* w teologii moralnej wynika także z niezrozumienia jego pierwotnego, matematycznego znaczenia. Wyższy stopień prawdopodobieństwa opinii stanowi dla nich jedyne racjonalne rozwiązanie w sytuacjach niepewności nawet, jeżeli opinia bardziej prawdopodobna oznaczałaby opinię własną i przez to bardziej omylną. Z tego samego powodu probabiliści zdawali się na wybór opinii mniej prawdopodobnej, czyli reprezentowanej przez osoby z zewnątrz, zwłaszcza zaś przez uznanych ekspertów. W wielu kluczowych przypadkach wybór tej ostatniej opinii nie może być zdaniem Arnauld i Nicole'a wyborem bardziej korzystnym, ponieważ obstawianie mniej prawdopodobnego rozwiązania może uchodzić za słuszne w grach hazardowych, w których daje ono większą wygraną, ale nigdy w sprawach moralności. W kwestiach moralnych „najmniejsze ryzyko zatracenia się

[3] Jak pisał twórca tej ogólnej probabilistycznej zasady, Bartolomé de Medina (1527–1580): „si est opinio probabilis, licitum est eam sequi, licet opposita probabilior sit" („jeśli opinia jest prawdopodobna, dozwolone jest za nią podążać, nawet jeśli opinia przeciwna jest bardziej prawdopodobna"), por. tenże, *Expositio in Primam Secundae angelici doctoris d. Thomæ Aquinatis*, Salamanca 1578, nakładem Matthiasa Gasta, kwestia XIX, a. VI, s. 309.

jest bardziej znaczne, niż wszystkie szkody doczesne"[4]. Podążanie za opinią mniej prawdopodobną w kwestiach moralno-teologicznych jest więc po prostu grzechem.

W liście do Antoine'a Arnauld (styczeń 1688 roku) Leibniz opowiada się za matematyczną wykładnią prawdopodobieństwa w opozycji do teologicznej. Leibniz pisze: „Jak jednak możemy (jak Pan mówi) zastosować rachunek do spraw koniekturalnych? Odpowiadam: w taki sposób, w jaki panowie Pascal, Huygens i inni przedstawili dowody *de Alea*. Można bowiem zawsze określić to, co jest bardziej prawdopodobne i najbezpieczniejsze, o ile tylko można to poznać *ex datis*"[5]. Matematyczna rola prawdopodobieństwa polega więc na poznaniu lub umiejętnym interpretowaniu danych empirycznych. Przy stosowaniu matematyki do tak zwanych „spraw koniekturalnych" Leibniz wyraźnie preferuje większe prawdopodobieństwo. Nie można jednak z góry przesądzać, że te sprawy należą wyłącznie do dziedziny empirii. Jak wiadomo z innych notatek Leibniza, sprawy koniekturalne są synonimiczne z przypuszczeniami przynależącymi do nowego rodzaju logiki prawdopodobieństwa[6]. Funkcjonowanie

[4] A. Arnauld, P. Nicole, *La logique ou l'art de penser*, red. Ch. Jourdain, Paris 1992, s. 334 : „(...) le moindre péril de se perdre est plus considérable que tous les maux temporels" (rozdz. XVI, cz. IV), tłum. G.S. Por. A.S. Godfroy-Genin, *De la doctrine de la probabilité à la théorie des probabilités*, praca doktorska obroniona na Université Paris IV 23.01.2004 r., s. 317–331. Praca dostępna jest w internecie pod adresem: https://www.academia.edu/5621400/De_la_doctrine_de_la_probabilité_à_la_théorie_des_probabilités_Pascal_la_Logique_de_Port-Royal_Jacques_Bernoulli.

[5] „Mais comment (me dirés vous) peut on appliquer ce Calcul aux matieres conjecturales. Je réponds que c'est comme Messieurs Pascal, Hugens et autres ont donné des demonstrations *de Alea*. Car on peut tousjours determiner le plus probable, et le plus seur autant qu'il est possible de connoistre *ex datis*". G.W. Leibniz, *Philosophischer Briefwechsel (1663–1685)*, cz. II, Berlin 2009, s. 275.

[6] W krótkiej notatce sporządzonej między rokiem 1678 a 1680 Leibniz pisał: „In physicis (perinde ac in re Ethica affectuum et morum) adhibendae sunt praesertim in praxi specialiori quaedam propositiones rationibus probabilibus nixae et quasi **praesumtivae**, ut mulum participaturum esse de equi et asini qualitatibus

tej nowej logiki, zarysowuje Leibniz między innymi w następującym fragmencie jego listu do Jana Fryderyka Hanowerskiego, z jesieni 1679 roku:

> Ponieważ aby wydawać sądy na podstawie dowodów dotyczących faktów i moralności, potrzeba nowej części logiki, a więc sztuki ważenia prawdopodobieństw i szacowania, na którą stronę przechyla się waga, gdy jest coś na obu jej szalach. Należałoby także posunąć naprzód metafizykę, aby mieć jasne pojęcia Boga, duszy, osoby, natury, substancji, przypadłości[7].

W ostatnim zdaniu Leibniz nawiązuje do projektu *Characteristica Universalis* – słownika prawd metafizycznych zakorzenionych w ludzkim myśleniu – który miałby służyć „nowemu rodzajowi logiki", będącej łącznikiem między sferami faktów i moralności. Za propozycją nowej logiki idzie tu bowiem przekonanie, że każde zagadnienie, także moralne i fizyczne, jest rozstrzygalne za pomocą środków logiki i matematyki[8]. Początki tego stylu rozumowania

(…). Ipsae propositiones probabiles serviunt saltem ad inveniendum et occasionem dant tentandis experimentis secundum has **propositiones conjecturales**, ut appareat quatenus succedant", G.W. Leibniz, *Philosophische Schriften: (1677–1690)*, cz. IV, Berlin 1999. s. 62–63 („W fizyce (a poza tym także w sprawach Etyki dotyczących afektów i obyczajów) przyjmuje się w praktyce zwłaszcza pewne przesłanki szczegółowe, polegające na racjach prawdopodobnych i są one jakby **przypuszczalne**, jak np. że muł uczestniczy we własnościach konia i osła (…). Te przesłanki prawdopodobnie służą w jakiś sposób odkrywaniu i okazję dają ku temu doświadczenia prowadzone według tych **przesłanek koniekturalnych**, co jest widoczne, gdy zachodzi [to, co one głoszą]"(podkr. i tłum. G.S.).

[7] Listy Leibniza do Jana Fryderyka z Hanoweru, wiosna 1679, [w:] G.W. Leibniz, *Philosophischer Briefwechsel (1663–1685)*, cz. I, Berlin 2006, s. 757. „Car pour juger des démonstrations en matière de fait et de morale, il faut une nouvelle partie de la logique, sçavoir l'art de peser les probabilités et d'estimer de quel costé panche la balance quand il y en a de part et d'autre. Il falloit aussi pousser plus avant la métaphysique, pour avoir des notions claires de Dieu, de l'âme, de la personne, et de la nature, de la substance, des accidens". Tłum. G.S.

[8] Jak Leibniz pisze w liście z lipca 1687 roku do P.J. Spenera: „Algebra combinatoriae arte et numeris habetur, revocandi, quo non tantum certa arte

w pojęciach nowej logiki sięgają powstałego w 1665 roku traktatu *De Conditionubus* (o którym mowa niżej). Znaczenie matematycznego *probabilitas* stara się Leibniz opracować dopiero w *De incerti aestimatione*. Leibniz nie rezygnuje tutaj z logicznej strony pojęcia *probabilitas*, ale okazuje się, że poza zwykłym stopniowaniem może być ona liczbowo „szacowana" (*aestimare*), a także, jak opisuje to przy innych okazjach – „ważona" (*pondere*). Leibniz ilustruje tę procedurę za pomocą metafory wagi prawdopodobnych, lecz wykluczających się argumentów (*balance des raisons*)[9], która pozwala rozstrzygać zagadnienia moralne, w tym także problemy wyboru między przeciwnymi opiniami. Przy tym okazuje się, że rozstrzygnięciem „ważenia" argumentów będą mogły być jedynie argumenty najbardziej prawdopodobne. Swoje jednoznaczne stanowisko w sporze o probabilizm przedstawia Leibniz w *Nowych rozważaniach dotyczących rozumu ludzkiego* (1704), gdzie prawdopodobieństwo poznawane *ex datis* przeciwstawia on prawdopodobieństwu arystotelesowskich. „Topik", z którego.

inventio humana promoveri posset, sed et controversiae multae tolli, certum ab incerto distingui, et ipsi gradus probabilitatum aestimari, dum disputantium alter alteri dicere posset: calculemus". G.W. Leibniz, *Philosophischer Briefwechsel: (1696–1698)*, cz. VII, Berlin 2011, s. 213 („Algebra uważana jest za sztukę kombinacji i liczb, przypominająca o tym, że sztuka ludzkiego odkrywania nie może kierować się tylko na to, co pewne, ale podnosić także wiele kontrowersji, rozróżniać to, co pewne od tego, co niepewne i szacować sam stopień prawdopodobieństwa tak, że jeden uczestnik sporu może drugiemu powiedzieć: policzmy to!", tłum. G.S.)

[9] Por. „(…) cette Logique deuvroit nous donner une balance des raisons, inconnue jusqu'icy, mais necessaire pour determiner visiblement quel parti on doit choisir, lors qu'il y a de deux costés un grand nombre de vraisemblances plausibles, mais opposées" („(…) owa Logika powinna była dać nam wagę racji do tej pory nieznaną, lecz konieczną, by w sposób widoczny ustalić, którą należy wybrać stronę [w sytuacji], gdy po dwóch stronach mamy wiele możliwych do przyjęcia, lecz przeciwstawnych wiarygodności", tłum. G.S.). Symbol wagi pojawi się również w późnych pismach Leibniza (np. *Teodycei*, cz. III, p. 324 i w piątym liście do Clarke'a), jednak bez związku z pojęciem prawdopodobieństwa.

zrobiła użytek teologia[10]. Teologowie polegają bowiem na autorytecie i potocznie przyjmowanych przekonaniach. Wyrokujący na tej podstawie teologowie paraliżują niezależną myśl i potępiają nawet tych, których odrębne zdanie jest bardziej prawdopodobne. Jako przykład podaje zwalczanie propozycji Kopernika[11]. Prawdopodobieństwo pochodzące od autorytetu osób uważa Leibniz za niewystarczające, a jednak chwali on tych moralistów (wśród nich ówczesnego generała jezuitów, Tirso Gonzaleza[12]), którzy w sytuacjach niepewnych radzą przyjmować opinie bardziej prawdopodobne. Późny Leibniz był zatem zwolennikiem probabilioryzmu moralnoteologicznego, czyli stanowiska, według którego należy zawsze, o ile to możliwe, wybierać opinie bardziej prawdopodobne.

1. Sprawiedliwość gier

Notatka zatytułowana *De incerti aestimatione* powstała we wrześniu 1678 roku. Jej zawartość można podzielić na część wyjaśniającą i obliczeniową. Po „Sur les jeux des parties" z 1676 roku jest to dla Leibniza kolejna próba wypracowania metody obliczania oczekiwanej wartości wygranej, którą nazywa nadzieją (*spes*). Kontynuuje tym samym pracę Huygensa z *De ratiociniis in ludo aleae* (1654). *Expectatio* (oczekiwana wartość) jest w traktacie

[10] Por. G.W. Leibniz, *Œuvres philosophiques, latines et françoises*, red. R.E. Raspe, nakładem J. Schreudera, Amsterdam–Leipzig 1765, s. 337.

[11] Z drugiej strony na podstawie zasady probabilizmu bronił Kopernika Juan Caramuel y Lobkowitz (1606–1682) w *Theologia moralis*, Frankfurt 1652, s. 82–83 i analizował jego system jako możliwy i równoważny systemowi Tychona Brahe w *Mathesis biceps*, Lyon 1670. Por. także S. Tutino, *Uncertainty in Post-Reformation Catholicism: A History of Probabilism*, New York 2018, s. 180–181.

[12] Leibniz nie wymienia go z nazwiska, lecz wspomina „j'entends les plus sages, tels que le général moderne des jésuites" („mam na myśli najmądrzejszych [teologów] takich, jak współczesny generał jezuitów"). Pisząc jednak te słowa, Leibniz nie miał zapewne nikogo innego na myśli niż ówczesnego generała jezuitów, czyli Tirso Gonzaleza (1624–1705).

Huygensa wartością wygranej podzieloną przez liczbę możliwych wyników następujących w grze. Kolejne rundy gry nazywane są wówczas powszechnie partiami. Wysokość wartości oczekiwanej stanowi rozwiązanie problemu punktów, czyli sprawiedliwego podział puli na każdym etapie gry. Jeżeli bowiem gra została przerwana, wygrana musi zostać podzielona według szans na wygraną dla każdego gracza. Przed Huygensem poza nielicznymi wyjątkami proponowano podziały normatywne bez związku z szansą na wygraną[13]. Samo pojęcie wartości oczekiwanej (bez rozstrzygnięcia problemu punktów) pojawia się wcześniej w traktacie o umowach probabilisty Pedra de Oñate (1567–1646), choć występowało ono już w dziełach probabilistycznych w postaci zalążkowej[14]. Nie ma śladu po probabilistach zajmujących się tą problematyką w pismach przedstawicieli naukowej awangardy, takich jak Descartes, Pascal i Huygens. Jest także mało prawdopodobne, by studiował je Leibniz, który w czasie swoich badań nad matematycznym prawdopodobieństwem wspierał się pracami niewielkiej grupy autorów, w tym Huygensa i Pascala.

Huygens przedstawia w swym traktacie poprawne rozwiązania dla kilku scenariuszy gry hazardowej. We wstępie przyjmuje następujące założenie: „w grze hazardowej szansa lub oczekiwanie (*expectatio*) każdego gracza, że zdobędzie się coś, jest warte tyle, za ile ktoś, jeśli tyle ma, może otrzymać znowu taką samą szansę lub oczekiwanie przy sprawiedliwych warunkach uczestnictwa"[15].

[13] Pierwszym znanym autorem, który zaproponował metodę podziału puli w zależności od szans na wygraną był Girolamo Cardano w napisanej około 1563 roku i wydanej pośmiertnie *Liber de Ludo aleae*. Por. *Hieronymi Cardani Mediolanensis opera omnia*, *Lugdunum* (Lyon) 1663 nakładem I.A. Huguetana i M.A. Ravaud, s. 262–276. Por. także: D. Bellhouse, *Decoding Cardano's "Liber de Ludo Aleae"*, „Historia Mathematica" 2005, t. 32, s. 180–202.

[14] Pedro de Oñate, *De contractibus*, Rzym 1654 nakładem F. Caballo, t. 3–2, tract. 36, disp. 131. Por. R. Schuessler, *The Debate on Probable Opinions in the Scholastic Tradition*, Leiden 2019, s. 476–478.

[15] Por. „(...) in aleae ludo tanti aestimandam esse cujusque sortem seu expectationem ad aliquid obtinendum, quantum si habeat, possit denuo ad

Oczekiwaniu odpowiada zatem na początku wkład do puli. Towarzyszy mu klauzula moralna: szansa wygranej i ryzyko przegranej powinny być równe dla każdego gracza. Dla Huygensa każda kolejna partia gry hazardowej ma cechy umowy o przebiegu transakcji pieniężnej. Każda z tych umów musi być sprawiedliwa ze względu na podział puli, a jej uczestnicy powinni mieć w nich równy status. Mimo tych moralnoprawnych obostrzeń, dyskusja nad moralną dopuszczalnością gier hazardowych nie znalazła rozstrzygnięcia jeszcze w czasach Leibniza[16]. Pedro de Oñate nie tylko nie sprzeciwiał się hazardowi, lecz także zrezygnował z wymogu równości szans dla każdego gracza, ponieważ, jak twierdził, użyteczność gier hazardowych, które co do zasady przypominają niektóre umowy cywilne takie, jak ubezpieczenia, leży w odpowiednio wysokiej oczekiwanej wartości dla jednego z graczy, która pozwala wynagrodzić jego mniejszą szansę na wygraną[17]. Pomimo wspomnianego wyżej porównania probabilizmu moralnego do hazardu przez Arnauld i Nicole'a, nie należy przesądzać o tym, czy aprobata probabilistów dla gier hazardowych rzeczywiście wynikała z probabilizmu *per se*. Przyzwolenie na gry niespełniające wymogu równości szans wiąże się natomiast z cechującym

similem sortem sive expectationem pervenire, aequa conditione certans": Ch. Huygens, *De ratiociniis in ludo aleae*, [w:] F. Schooten, *Exercitationum mathematicarum*, Lugdunum (Lyon) 1657, s. 521–522. Tłum. G.S.

[16] Por. np. Angelo Rocca, *Commentarius contra ludum alearum*, Roma 1616. W XVI i XVII wieku stosunek teologów do gier hazardowy ulega jednak zmianom. W poprzednich wiekach uczestnictwo w grach hazardowych było uważane za grzech śmiertelny m.in. przez Gabriela Biela (1410–1495) i Rajmunda z Penyafortu (1170/1175–1275).

[17] Pedro de Oñate, *De contractibus*, Rzym 1654 nakładem F. Caballo, t. 3–2, tract. 36, disp. 131, sec. 1, n. 16: „Sequitur nono, hanc aequalitatem non debere esse absolutam, et arithmeticam, sed geometricam, id est non absolutam, sed proportionalem, proportione servata ad dubium, et ad praemium". („Po dziewiąte: owa równość nie musi być absolutna i arytmetyczna, ale geometryczna, to znaczy nie absolutna, a proporcjonalna, w sensie proporcji służącej [zrównoważeniu] wątpienia i nagrody", tłum. G.S.).

probabilizm pluralizmem, dzięki któremu wolno podążać za każdą opinią, która znalazła aprobatę pewnej grupy teologów.

Wprowadzające wyjaśnienia Leibniza w *De incerti aestimatione* zarysowują pojęcie nadziei, która od czasów Huygensa znalazła nowe zastosowania między innymi w skierowanym do rządu holenderskiego memoriale de Witta o rencie dożywotniej[18] i stała się narzędziem prognozowania średniej długości życia na podstawie danych statystycznych[19]. Punktem wyjścia jest dla Leibniza sprawiedliwy charakter gry, który opisuje następującym aksjomatem:

> Aksjomat. Jeśli gracze postępują w sposób na tyle podobny, by nie można było wskazać między nimi różnicy innej, niż tylko wynik, to stosunek nadziei (*spes*) i lęku (*metus*) jest taki sam [dla każdego gracza].

Leibniz twierdzi, że równy stosunek nadziei i lęku można wykazać „na podstawie Metafizyki, ponieważ tam, gdzie jakieś rzeczy wydają się (*apparent*) identyczne, [można] utworzyć ten sam sąd (*judicium*)". Twierdzenie to stanowi osłabioną zasadę tożsamości przedmiotów nierozróżnialnych. Przedmioty identyczne nie są bowiem tożsame numerycznie, lecz na zasadzie psychologicznego lub geometrycznego podobieństwa i proporcji. Z tego względu identyczność należy tu rozumieć jako identyczność w sensie gry, w której rzeczy składające się na pulę, otrzymują wartość pieniężną. Wymóg sprawiedliwości w traktacie Huygensa jest konwencją prawną, na podstawie której z biegiem czasu zmienia się w grze podział puli dla każdego gracza. W ujęciu Leibniza na mocy osłabionej zasady identyczności prawodawcą w grze jest pojedynczy

[18] J. de Witt, *Waerdye van Lyf-renten naer Proportie van Los-renten*, Den Haag 1671.

[19] I. Hacking, *Emergence of Probability*, New York 2006, s. 99. I. Hacking komentuje następnie korespondencję z Huygensa z bratem, w której ustala on *expectatio* średniej długości życia dla hipotetycznych danych statystycznych.

człowiek bez uciekania się do narzuconej z góry konwencji, ponieważ, jak wyjaśnia on dalej, istnieje wspólna wszystkim graczom zasada wyrażania sądów (*ratio opinandi*). Jeśli więc każdy gracz ma identyczną nadzieję na wygraną w całej grze, to może być pewien, że stosunek nadziei i lęku w poszczególnych partiach będzie sprawiedliwy na podstawie identycznego zachowania się graczy. Sprawiedliwe gry hazardowe pełnią w tym znaczeniu rolę ogólnego schematu wyceny rzeczy poprzez negocjację. Sprawiedliwy podział puli jest bowiem zagwarantowany przez *ratio opinandi*, która polega na indywidualnym dla każdego gracza dzieleniu puli w trakcie gry na podstawie jednakowego stosunku nadziei i lęku. Jeżeli którykolwiek z graczy ma większą nadzieję lub lęk od innych, to gra nie jest sprawiedliwa. Jest to założenie, które podważy Leibniz w następnych pracach na temat gier hazardowych. Jeżeli wynikiem zakończonej gry jest zawsze nierówny podział puli, to nie ma potrzeby narzucać graczom reguł pochodzących z prawa cywilnego, które byłyby obce naturze gry. Leibniz rzeczywiście posługuje się takim prawniczym żargonem w tekście *De incerti aestimatione*, przekładając pojęcie nadziei na możliwość wejścia w posiadanie rzeczy, grę porównując do licytacji, a zwycięzcę w grze do spadkobiercy innych współgraczy. W tym ostatnim przypadku antycypuje on swoje prace na temat powszechnego systemu ubezpieczeń społecznych z lat 1680–1683[20]. Zerwanie Leibniza z wymogiem równości nadziei i lęku dla każdego gracza następuje zaś w tekście poświęconym grze w kości zwanej *Quinquenove* (pięć i dziewięć) z października 1678 roku, ponieważ okazuje się, że „przewagę można mieć w następnych partiach, można umiejętnie posłużyć się nią albo uprzedzić”[21]. W grze karcianej Basette,

[20] Chodzi tu o *De Aestimatione Redituum ad Vitam* i inne notatki. Por. *Espérance de vie*, [w:] G.W. Leibniz, *L'estime des apparences. 21 manuscrits de Leibniz sur les probabilités et la théorie des jeux, l'espérance de vie*, wstęp, komentarz i przekł. M. Parmentier, Paris 1995, s. 339–366.

[21] „J'avoue cependant qu'un jeu même avec avantage est juste quant l'avantage se peut avoir tour à tour ou quand on peut s'en servir ou l'éviter avec adresse”, G.W. Leibniz, *L'estime des apparences*…, s. 209. Tłum. G.S.

którą opisał Leibniz w niedatowanej notatce, gracze sami ustalają wysokość stawek, starając się zrównoważyć przewagę bankiera. Możliwość zrównoważenia szans w grze z przewagą jednego z graczy zależy więc od intelektualnych zdolności graczy: od ich pamięci i rozsądku. Jak wynika jednak z *Sur les loteries* (1696)[22], nawet loterie okazują się jedynie bardziej złożonymi grami sprawiedliwymi, w których nie możemy wydawać racjonalnych sądów tylko dlatego, że związek przyczynowy między wynikami loterii jest dla nas „zatarty" (*embrouillé*). Loterie są jednak sprawiedliwe dlatego, że w ocenie graczy wysokość wygranej w wystarczającym stopniu równoważy nierówny stosunek nadziei i lęku. Ostatecznie jedynym wymogiem sprawiedliwości gier jest zastosowanie pojęcia oczekiwanej wartości przy podziale puli.

Istotną różnicą względem traktatu Huygensa jest wyraźnie subiektywny charakter nadziei i lęku, który pozwala Leibnizowi rozważać indywidualne zachowanie graczy. Stosunek nadziei i lęku, czyli *ratio*, jest pojęciem wieloznacznym. Jest to przede wszystkim stosunek liczbowy wartości wydarzeń do ich liczby, jednak jako *ratio opinandi* oznacza ona zasadę wyrażania opinii na podstawie doświadczenia, a jako rodzaj metafizycznego uzasadnienia jest ona racją dostateczną, która zdążyła już zaistnieć w pismach Leibniza[23]. Pojawiająca się następnie *ratio sperandi* oznacza powód do posiadania nadziei na wygraną, który można rozumieć jako psychologiczną skłonność uczestników do uczestnictwa w grze i zdolność do przełamania lęku przed przegraną. Aspekt ilościowy *ratio* wyraża zatem kwota pieniężna przypisywana wynikom i rzeczom, które mają być w jakiś sposób wyceniane na podstawie *utilitas*, czyli użyteczności pojmowanej jako korzyść skłaniająca do uczestnictwa w grze. Na każdym etapie przed zakończeniem gry gracz może na podstawie umowy oddać swoje prawo (*jus*) do posiadania całej puli w zamian za pewną jej część, której wysokość ulega renegocjacji. W tym prawnym kontekście pojawia się

[22] Por. tamże, s. 443–448.

[23] Po raz pierwszy w rozprawie *Confessio naturae contra Atheistas* z 1668 roku.

także po raz pierwszy pojęcie *probabilitas*: „Prawdopodobieństwo jest stopniem możliwości", pisze Leibniz, „Nadzieja jest prawdopodobieństwem wejścia w posiadanie. Lęk jest prawdopodobieństwem poniesienia straty". Szereg tych definicji stanowi według Parmentiera drugą aksjomatykę[24], przenoszącą stosunek nadziei i lęku na kontekst *probabilitas*. Zamiast identycznego *ratio* gracze dysponują teraz równym prawem (*jus*) do posiadania rzeczy na podstawie przykładowej umowy. Rolę identycznych rzeczy lub wydarzeń przejmują natomiast wydarzenia równie możliwe, czyli „równie łatwo zachodzące" (*aeque faciles*). Podobnie jak *ratio,* prawdopodobieństwo jest pojęciem niejednoznacznym, ponieważ pod względem ilościowym może ono oznaczać po prostu wartość oczekiwaną. Jako stosunek liczbowy przypisany wydarzeniu wyznacza ono stopień zachodzenia, ale wydaje się, że także samo zachodzenie jednego z możliwych wydarzeń[25]. Ten obiektywny charakter prawdopodobieństwa wyraża się także przez metafizycznie rozumianą *facilitas*, która oznacza w tym sensie skłonność do zachodzenia[26]. Skłonność lub częstość zachodzenia nie wyklucza u Leibniza epistemologicznej i logicznej interpretacji prawdopodobieństwa[27]. Są one raczej metafizycznym odpowiednikiem

[24] Por. wstęp Parmentiera do *De incerti aestimatione* (Opuscules IV), [w:] G.W. Leibniz, *L'estime des apparences…*, s. 154–155.

[25] Do takiego wniosku dochodzi C. Meyns, który rozważając *Elementa iuris civilis* Leibniza (ok. 1670 r.), przyjmuje następującą definicję Leibnizjańskiego *probabilitas*: „Here I take it that Leibniz understands the probability of an act as the probability of a certain outcome associated with that act occurring (not the probability of the act itself occurring)", C. Meyns, *Leibniz and Probability in the Moral Domain*, [w:] *Tercentenary Essays on the Philosophy and Science of Leibniz*, red. L. Strickland, E. Vynckier, J. Weckend, Cham 2016, s. 245.

[26] Wątek skłonnościowego prawdopodobieństwa w myśli Leibniza rozważa między innymi I. Hacking w *Emergence of Probability*, New York 2006, s. 137–138.

[27] Propozycję logiki prawdopodobieństwa Leibniza zestawia Hacking z projektem logiki indukcyjnej Rudolfa Carnapa z *Logical Foundations of Probability* (Chicago 1950). Por. I. Hacking, *Leibniz-Carnap Program for Inductive Logic*, „Journal of Philosophy" 1971, t. 68, s. 597–610.

probabilitas w umyśle według hasła z 1671 roku: *Quod facile est in re, id probabile est in mente*[28] (Co jest łatwe w rzeczy, jest prawdopodobne w umyśle). W sensie logicznym i epistemologicznym prawdopodobieństwo oznaczałoby więc nie tyle *gradus possibilitatis*, co zgodnie z ujęciem J. Bernoulliego: *gradus certitudinis* (stopień pewności)[29]. Byłoby jednak zbyt proste zakładać, że metafizyczne lub empiryczne prawdopodobieństwo jest równoważne z logicznym. Sprawy moralne i prawne oparte są zwykle na przypuszczeniach, które dotyczą sytuacji rzadkich lub jednorazowych i dlatego nie zawsze mogą być one badane empirycznie. Swoje wątpliwości na ten temat przedstawił Leibniz w odpowiedzi na list Bernoulliego, który jako wczesny zwolennik frekwentystycznej interpretacji prawdopodobieństwa postulował odpowiednio dużą liczbę prób na potwierdzenie praktycznie dowolnej hipotezy jako „moralnie pewnej"[30]. Wzajemnie wykluczające się stopnie możliwości nie składają się u Leibniza na moralną pewność, lecz wręcz przeciwnie: niemożliwość ustalenia większego prawdopodobieństwa dla sytuacji przypadkowych takich, jak moralne i polityczne oznacza, że moralna pewność co do nich jest nieosiągalna. Należałoby stąd wnioskować, że choć Leibniz nie zawsze wykluczał możliwości osiągnięcia pewności za pomocą środków prawdopodobnych, to jego probabilioryzm moralny musi posiadać ograniczenia, wskazując wybór opinii autorytetów tam, gdzie opinia własna, czyli bardziej prawdopodobna wydaje się zbyt ryzykowna[31]. Jednocześnie należy podkreślić, że ilościowe *probabilitas*, *ius* i *ratio* są dla Leibniza wartościami addytywnymi.

[28] Por. G.W. Leibniz, *Vorarbeiten zur "Characteristica Universalis"*, [w:] *Philosophische Schriften: (1663–1672)*, cz. II, Berlin 2006, s. 492.

[29] Jest to definicja J. Bernoulliego, Por. tegoż, *Ars Conjectandi*, Basilea 1713, *Impensis Thurnisiorum Fratrum*, s. 211: „Probabilitas est enim gradus certitudinus, et ab hac differt ut pars a toto" („Prawdopodobieństwo jest więc stopniem pewności i różni się od niego, jak część od całości", tłum. G.S.).

[30] Por. C. Meyns, dz. cyt., s. 247–250.

[31] Z tych ograniczeń zdawali sobie sprawę także probabilioryści tacy, jak Tirso Gonzalez, który uzależniał wybór bardziej prawdopodobnych opinii

W młodzieńczej pracy dyplomowej *De Conditionibus* przewidywał możliwość moralnego dowiedzenia (*possibilitas moraliter probare*) zdań warunkowych (*conditiones*). Uwarunkowanie prawa (*jus*) pod względem jego obowiązywania (*effectus*) jest stopniowaniem w skali od prawa zerowego (*jus nullum*) do prawa czystego (*jus purum*)[32]. Stopnie te składają się na maksymalną wartość pewności. W *De incerti aestimatione* Leibniz nie wraca już do tej skali, lecz w części obliczeniowej stara się on uzależnić nadzieję na wygraną w grze od prawa do posiadania części puli w trakcie gry, co sugerowałoby, że starał się on osiągnąć więcej, niż tylko kolejne rozwiązanie problemu punktów.

2. Progresja arytmetyczna nadziei

W części obliczeniowej Leibniz rozważa niesprecyzowaną grę hazardową dla dwóch osób, w której liczba partii jest skończona i „konieczne jest, aby jeden gracz albo z drugim wygrał, albo przegrał". Leibniz przyjmuje, że oszacowanie nadziei *s* kształtuje się proporcjonalnie do wartości rzeczy *R*. To z kolei jest równe stosunkowi wszystkich wyników korzystnych *f* do wszystkich możliwych wyników *N*, przy założeniu, że wszystkie są równie możliwe. W równaniu $\frac{s}{R} = \frac{f}{N}$ Marc Parmentier dostrzega właściwy wyraz *ratio*[33], dzięki której terminy względem siebie znaczeniowo heterogeniczne mogą tworzyć równą proporcje. Leibniz wyprowadza stąd równanie nadziei, będące uogólnieniem dotychczas stosowanej notacji: $s = \frac{fR}{N}$. Obecny tu wątek wyceny

od kompetencji osób dokonujących tego wyboru. Por. R. Schuessler, dz. cyt. s. 426–428.

[32] G.W. Leibniz, *Philosophische Schriffte: (1663–1672)*„ cz. I, Berlin 1990, s. 99–150. Por. także A. Thiercelin, *Conditions, conditionnels, droits conditionnels: L'articulation du jeune Leibniz*, „Studia Leibniziana" 2009, t. 41, s. 21–46 i 129–156.

[33] G.W. Leibniz, *L'estime des apparences*…, s. 166, przypis 94.

nadziei pozwoli Leibnizowi uważać, że nie po zakończeniu gry, ale jeszcze w jej trakcie gracz może otrzymywać lub tracić tę samą część puli w zależności od liczby partii. Ten sąd zostanie jednak zweryfikowany w obliczeniach, gdy okaże się, że nadziei nie można utożsamiać z jakąś konkretną zdobyczą cząstkową, ponieważ oczekiwana wartość partii ulega ciągłej zmianie w toku gry. Ściśle jednak rzecz biorąc, tej zmianie ulega prawdopodobieństwo. Leibniz próbuje uogólnić dotychczasowy sposób obliczania oczekiwanej wartości gry dla każdej poszczególnej partii do metody uniwersalnej. Zauważa jednak, że takie uniwersalne oszacowanie nadziei w grze musiałoby odnosić się nie do określonego podziału puli, ale do zmiennego oszacowania nadziei w partii. Ta miejscowa identyczność uniwersalnej nadziei w grze z nadzieją w partii budzi z początku wątpliwości Leibniza, ponieważ musiałaby być ona szacowana „w odniesieniu do samej siebie". Przyznaje w końcu, że „jest to jednak prawda i właściwe zastosowanie [pojęcia nadziei], ponieważ nie można uważać, że któryś z graczy ma coś jeszcze poza swą nadzieją (…)". Leibniz przyjmuje, że nadzieje w każdej kolejnej partii zdobywa gracz pod warunkiem wygranych lub przegranych partii. Za pomocą nawiasowania chciałby on wyznaczyć nie tylko numer partii, ale oczekiwaną wartość gry. Stanowi to niezależną Pascala próbę wyznaczania szacowanej wartości na sposób rekurencyjny[34]. Rozwiązanie Leibniza jest jednak zupełnie błędne. Pochodną podanego wyżej równania *s* jest dla pierwszej partii $(y) = \frac{y+((y))}{2}$, gdzie (y) oznacza obecnie posiadaną nadzieję na wygraną, y nadzieję otrzymaną pod warunkiem przegranej partii, a $((y))$ nadzieję

[34] W odpowiedzi na metodę kombinacji Fermata Pascal odkrywa metodę uniwersalną (szczególne zastosowanie trójkąta Pascala), która przy znanej ilości partii i wysokości puli pozwala ustalić podział punktów na dowolnym etapie gry. Leibniz nie znał tej korespondencji, choć o rozwiązaniu Pascala mógł dowiedzieć się od Huygensa. Por. K.-R. Biermann, *Überblick über die Studien von G.W. Leibniz zur Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Sudhoffs Archiv, 1967, Bd. 51, H. 1, s. 79.

otrzymaną pod warunkiem wygranej partii. Te warunkowe nadzieje nazywa Leibniz „nadziejami alternatywnymi”. Porządek gry ma tworzyć progresywny ciąg $\frac{R}{2}$, y, (y), ((y)), ..., R. Jest to jednak tylko cząstkowy sukces. Poza $\frac{R}{2}$ i R, nie można określić terminów powyższego ciągu dla dowolnej partii, ponieważ nawiasy wskazują jedynie na numer wygranej partii, pomijając partie przegrane. Metoda ma więc rozwiązanie tylko dla przypadku, w którym jeden z graczy wygrywa w każdej partii. Jeżeli nawet Leibniz nie dostrzegł tej niezręczności, to długość gry jest z góry ustalona przez uczestników. Celem Leibniza było od początku znalezienie niezmienników, tworzących ciąg wartości nadziei. Znalezienie i wyrażenie tych niezmienników jako równie możliwych (*aequi possibile*) było, jak się wydaje, zgodne z przywoływanym wcześniej pojęciem szacowania stopni prawdopodobieństwa, które wraz z oszacowaniem otrzymują jednorodną podstawę porównania względem innych stopni[35]. Stopniami byłyby w tym przypadku pary oszacowań nadziei dane w ciągu arytmetycznym. Te stopnie prawdopodobieństwa wyrażane przez nawiasowane y nie mogą być jednak równoznaczne z pojęciem nadziei (więc z iloczynem prawdopodobieństwa i wartości puli), przez co także nadzieje w równaniu (y) nie zawsze mogą być równie możliwe. Do utożsamienia nadziei z prawdopodobieństwem może skłaniać złudne przekonanie, że posiadanie większej nadziei na wygraną nie oznacza po prostu większej wartości oczekiwanej po którejś partii z kolei, ale większą szansę na wygraną w grze.

[35] „Elle se donne au rabais des suppositions, mais pour en juger, il faut que les suppositions mêmes recoivent quelque estimation et se reduisent à une homogeneité de comparaison”. Leibniz posługuje się także metaforą wagi, za pomocą której wyraża się równe prawdopodobieństwo twierdzeń lub zdarzeń. Te i inne fragmenty przywodzą na myśl projekt logiki indukcyjnej Leibniza nazywany przez niego sztuką odkrywania (*Ars inveniendi*).

Wśród niedokończonych projektów Leibniza *De incerti aestimatione* stanowi najbogatszy zbiór gromadzonych od dłuższego czasu pomysłów filozoficznych dotyczących prawdopodobieństwa. Niestety te matematyczne rozważania kontynuowane w kilku tekstach poświęconych grom pozostaną niedokończone i poza jednym wyjątkiem[36] także nieupublicznione przez Leibniza. Być może stracił on zainteresowanie w rozważaniach nad prawdopodobieństwem, zwracając uwagę na ogólną, a nie tylko hazardową naturę gier. Być może w miarę odkrywania coraz większych komplikacji koncepcyjnych stracił wiarę w możliwość wynalezienia rachunku odpowiedniego dla rzeczy przypadkowych, który spełniałby warunki pewnego i apriorycznego ideału Nauki Ogólnej (*Scientia generalis*). Z pewnością jednak pozostawił on inicjatywę Bernoulliemu, polecając mu zająć się problematyką gier[37] i udzielając wartościowych odpowiedzi na przedstawiane przez niego problemy.

Bibliografia

Arnauld Antoine, Nicole Pierre, *La logique ou l'art de penser*, red. Ch. Jourdain, Paris 1992.

Biermann Kurt-Reinhard, *Überblick über die Studien von G.W. Leibniz zur Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Sudhoffs Archiv, 1967, Bd. 51, H. 1, s. 79–85.

[36] Chodzi tu o odpowiedź Leibniza na problem określenia szans graczy w dwóch scenariuszach gry w kości, który zaproponował Bernoulli na łamach „Acta Eruditorum". Por. G.W. Leibniz, *Ad ea, quae vir clarissimus J.B., mense Majo nupero in his Actis publicavit, responsio*, „Acta Eruditorum" 1690, lipiec, s. 358–360. Por. G.W. Leibniz, M.S. Mora-Charles, *Leibniz et le problème des partis. Quelques papiers inédits*, „Historia Mathematica" 1986, t. 14, s. 352–369.

[37] Por. list z marca 1695 roku: *Vellem etiam oriretur aliquis qui mathematice tractaret omne genus ludorum*. G.W. Leibniz, *Philosophischer Briefwechsel: (1696–1698)*, cz. VII, Berlin 2011, s. 329.

Blic Jacques, *Barthélemy de Medina et les origines du probabilisme*, „Ephemerides theologicae Lovanienses" 1930, cz. 3, s. 46–83, 264–291.
Cussens James (wstępny komentarz), *Leibniz on Estimating the Uncertain: An English Translation of "De incerti aestimatione" with Commentary*, przeł. W.D.C. de Melo, „The Leibniz Review" 1972, nr 14, s. 31–53.
Deman Thomas, *Probabilisme*, [w:] *Dictionnaire de théologie catholique*, Paris 1936, s. 417–619.
Godfroy-Genin Anne-Sophie, *De la doctrine de la probabilité à la théorie des probabilités*, praca doktorska obroniona na Université Paris IV 23.01.2004.
Hacking Ian, *Emergence of Probability*, New York 2006.
Hacking Ian, *Equipossibility Theories of Probability*, „British Journal for the Philosophy of Science" 1971, 22, nr 4, s. 339–355.
Hacking Ian, *Leibniz-Carnap Program for Inductive Logic*, „Journal of Philosophy" 1971, t. 68, s. 597–610.
Huygens Christiaan, *De ratiociniis in ludo aleae*, [w:] F. Schooten, *Exercitationum mathematicarum*, Lugdunum (Lyon) 1657, s. 517–534.
Krüger Lorenz, *Probability in Leibniz. On the internal coherence of a dual concept*, [w:] tegoż, *Why Does History Matter to Philosophy and the Sciences*, Berlin–New York 2005.
Leibniz Gottfried Wilhelm, *Ad ea, quae vir clarissimus J.B., mense Majo nupero in his Actis publicavit, responsio*, „Acta Eruditorum" 1690, lipiec, s. 358–360.
Leibniz Gottfried Wilhelm, *L'estime des apparences. 21 manuscrits de Leibniz sur les probabilités et la théorie des jeux, l'espérance de vie*, wstęp, komentarz i przekł. M. Parmentier, Paris 1995.
Leibniz Gottfried Wilhelm, Mora-Charles Maria Sol de, *Leibniz et le problème des partis. Quelques papiers inédits*, „Historia Mathematica" 1986, t. 13, s. 352–369.
Leibniz Gottfried Wilhelm, Mora-Charles Maria Sol de, *Leibniz et le problème des partis. Quelques papiers inédits*, „Historia Mathematica" 1986, t. 14, s. 352–369.
Leibniz Gottfried Wilhelm, Mora-Charles Maria Sol de, *Quelques jeux de hazard selon Leibniz*, „Historia Mathematica" 1992, t. 19, s. 125–157.

Leibniz Gottfried Wilhelm, *Œuvres philosophiques, latines et françoises* red. R.E. Raspe, nakładem J. Schreudera, Amsterdam–Leipzig 1765.
Leibniz Gottfried Wilhelm, *Philosophischer Briefwechsel: (1663–1685)*, cz. I, Berlin 2006.
Leibniz Gottfried Wilhelm, *Philosophischer Briefwechsel: (1696–1698)*, cz. VII, Berlin 2011.
Leibniz Gottfried Wilhelm, *Philosophische Schrifften: (1663–1672)*, cz. I, Berlin 1990.
Leibniz Gottfried Wilhelm, *Philosophische Schriften: (1663–1672)*, cz. II, Berlin 2006.
Leibniz Gottfried Wilhelm, *Philosophische Schriften: (1677–1690)*, cz. IV, Berlin 1999.
Meyns Chris, *Leibniz and Probability in the Moral Domain*, [w:] *Tercentenary Essays on the Philosophy and Science of Leibniz*, red. L. Strickland, E. Vynckier, J. Weckend, Cham 2016, s. 229–253.
Parmentier Marc, *Concepts juridiques et probabilistes chez Leibniz*, „Revue d'histoire des sciences" 1993, nr 4 (46), s. 439–485.
Pascal Blaise, *Les Provinciales*, red. E. Havel, Paris 1887.
Schuessler Rudolf, *The Debate on Probable Opinions in the Scholastic Tradition*, Leiden 2019.
Thiercelin Alexandre, *Conditions, conditionnels, droits conditionnels: L'articulation du jeune Leibniz*, „Studia Leibniziana" 2009, t. 41, s. 21–46, 129–156.
Tutino Stefania, *Uncertainty in Post-Reformation Catholicism: A History of Probabilism*, New York 2018.

Grzegorz Słowiński
Uniwersytet Jagielloński
divileschigenusamo@gmail.com
https://orcid.org/0000-0001-9163-6140