

MARIAN ŚWIERCZEK\*

WPŁYW OKREŚLONYCH SZKÓD GÓRNICZYCH  
NA ŁAWY RUSZTU FUNDAMENTALNEGOTHE INFLUENCE OF PRESCRIBED MINING DAMAGES  
ON THE STRIP FOUNDATION FRAMEWORK

## Streszczenie

W artykule analizowano wzajemne oddziaływanie konstrukcji budowlanej z podłożem poddanym eksploatacji górniczej. Zagadnienie wpływu wymuszonych, poziomych odkształceń powierzchni terenu na ruszt fundamentowy sformułowano jako quasi-statyczny problem kontaktowy z tarcieniem i jednostronnymi więzami. Otrzymane po dyskretyzacji MES zadanie przyrostowe rozwiązywano iteracyjnie. Otrzymane z obliczeń przemieszczenia, naprężenia kontaktowe i siły wewnętrzne w fundamencie porównano z dostępnymi w literaturze. Konieczne obliczenia wykonano programem MSC Marc.

*Słowa kluczowe: szkody górnicze, rozpełzanie gruntu, ruszt fundamentowy, kontakt, tarcie, więzy jednostronne*

## Abstract

This paper analyses the interaction between building structure and ground that was subjected to mining exploitation. The issues relating to the influence of the enforced horizontal strains of the ground surface on the foundation framework were formulated as a quasi-static contact problem with friction and unilateral constraints. The incremental discrete task resulting from FEM was solved by iterative method. Obtained displacements, contact stresses and internal forces in the framework, were compared to similar available in the literature. All necessary calculation were carried out using MSC Marc.

*Keywords: mining damages, creeping of the ground, foundation framework, contact, friction, unilateral constraints*

\* Dr inż. Marian Świerczek, Instytut Mechaniki Budowli, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Krakowska.

## 1. Wstęp

Obiekty budowlane zlokalizowane na terenach górniczych narażone są na dodatkowe obciążenia wynikające z wpływów podziemnej eksploatacji. Najczęstszym objawem tych wpływów są ciągle deformacje terenu występujące w formie niecki osiadania [19, 20].

Poziome i pionowe przemieszczenia przypowierzchniowych warstw gruntu w obrębie niecki stanowią kinematyczne wymuszenia generujące w konstrukcji budowlanej dodatkowe siły. Wyznaczenie charakteru i wielkości oddziaływań deformującego się podłoża na budowlę jest problemem złożonym, gdyż niecka osiadania nie powstaje od razu w swej końcowej postaci lecz rozwija się w czasie, zmienia swój kształt i położenie w zależności od zakresu, kierunku i szybkości prowadzonej eksploatacji. Na zachowanie się budynku poddanego wpływowi górniczych deformacji podłoża istotny wpływ mają ponadto własności gruntu oraz samego budynku oraz zjawiska w strefie kontaktu między budynkiem a podłożem.

W dotychczasowej praktyce, ze względu na istniejące możliwości obliczeniowe, do wyznaczenia oddziaływania podłoża górniczego na fundamenty konstrukcji budowlanej, deformację gruntu dzieli się na kilka odrębnych zjawisk i ich wpływy analizuje się osobno na prostych modelach podłoża i budowli [2, 14, 15, 19, 20, 25]. Zakłada się, że umownie wyróżniona w podłożu bryła gruntowa współdziałająca z budowlą podlega wraz z nią przemieszczeniom pionowym, poziomym i obrotowi oraz ulega zakrzywieniu opisanemu krzywizną  $K$  i poziomemu odkształceniu  $\epsilon$ . Trzy pierwsze oddziaływania na ogół nie mają dużego wpływu na stan naprężenia w elementach konstrukcyjnych, a ewentualne ich skutki dają się usunąć np. przez rektyfikację obiektu. Natomiast rozpełzanie gruntu i zakrzywianie jego powierzchni skutkuje wzajemnym przemieszczaniem się podłoża i elementów fundamentu budowli, co ma istotny wpływ na wyężenie konstrukcji i tym samym jej bezpieczeństwo.

Na tym klasycznym dorobku badawczym bazują wydawane przez ITB Instrukcje [8–11] stanowiące materiał pomocniczy dla projektantów zarówno nowych obiektów jak i zabezpieczeń obiektów istniejących. Prezentują one algorytmy, wg których, na podstawie przewidywanych dla danego terenu wskaźników deformacji, takich jak max/min promień krzywizny  $R = K^{-1}$  i max/min odkształcenie poziome  $\epsilon$ , projektant może wyznaczyć wielkości sił mogących potencjalnie wpływać na konstrukcję. Takie podejście można uznać za zgodne z logiką Metody Stanów Granicznych, ale zawsze pozostanie otwartym pytanie, jak bardzo i nawet w którą stronę otrzymane siły odbiegają od tych, które wyniknęłyby z analizy rzeczywistego procesu wzajemnego oddziaływania konstrukcji z deformującym się podłożem górniczym.

W ostatnich latach możliwości takiego porównania stwarza Metoda Elementów Skończonych. W analizach numerycznych wykorzystujących MES można o wiele dokładniej symulować przebieg samej deformacji oraz własności materiałowe gruntu i konstrukcji [4–7, 17].

Model obliczeniowy przydatny do dokładniejszej analizy wzajemnego oddziaływania konstrukcji budowlanej z podłożem górniczym powinien spełnić przynajmniej trzy podstawowe wymagania:

- uwzględnić narastanie odkształceń od zera do wartości ekstremalnych i ich spadek, po przejściu niecki osiadania,
- uwzględnić możliwość uplastycznienia dużych obszarów gruntu,

- uwzględnić możliwość poślizgu w płaszczyźnie styku oraz fakt, że między gruntem a fundamentem nie mogą być przekazywane normalne naprężenia rozciągające.

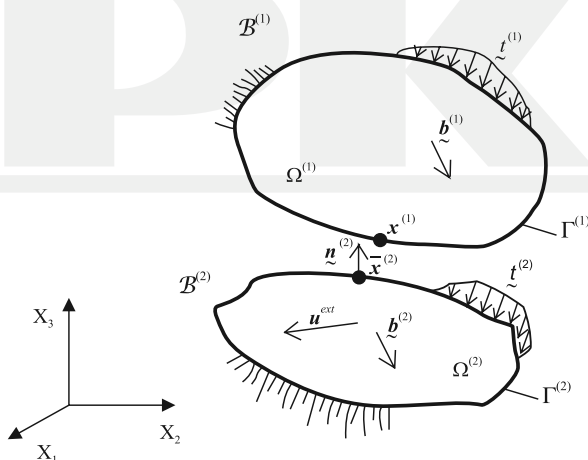
W niniejszym artykule podjęto próbę analizy wzajemnego oddziaływania rusztu fundamentowego z rozpełzającym się podłożem z uwzględnieniem trzech ww. wymagań. Zadanie sformułowano jako problem brzegowo-początkowy z jednostronnymi węzami i z tarcieniem, który rozwiązano Metodą Elementów Skończonych. W rozdziale 2. zdefiniowano warunki kontaktowe, przedstawiono ogólne sformułowanie zagadnienia brzegowego w postaci lokalnej i wariacyjnej oraz jego dyskretyzację. W rozdziale 3. zdefiniowano rozwiązane później zadania numeryczne. W rozdziale 4. przedstawiono otrzymane wyniki, porównano je z dostępnymi w literaturze przedmiotu zwłaszcza w Instrukcji [11], a w rozdziale 5. przedstawiono wnioski końcowe.

## 2. Sformułowanie zagadnienia brzegowo-początkowego

### 2.1. Opis problemu

Dwa ciała  $\mathcal{B}^{(1)}$  i  $\mathcal{B}^{(2)}$  w konfiguracji początkowej, w chwili  $t = 0$ , zajmują rozłączne obszary  $\Omega^{(1)0}$  i  $\Omega^{(2)0}$ . W kartezjańskim układzie współrzędnych położenia cząstek wyznaczają wektory  $\mathbf{X}^{(a)}$  dla  $a = 1, 2$ , których współrzędne nazywane są dalej współrzędnymi materialnymi Lagrange'a.

W konfiguracji aktualnej, w chwili  $t > 0$ , ciała zajmują obszary  $\Omega^{(a)t}$  o brzegach  $\Gamma^{(a)t}$ , a położenia cząstek określone są przez wektory  $\mathbf{x}^{(a)} = \mathbf{x}^{(a)}(\mathbf{X}^{(a)}, t)$ . Każde ciało obciążone jest siłami masowymi  $\mathbf{b}^{(a)}$  w  $\Omega^{(a)t}$  i powierzchniowymi  $\mathbf{t}^{(a)}$  na brzegu  $\Gamma_{\sigma}^{(a)t}$ . Na brzegu  $\Gamma_u^{(a)t}$  zadane są kinematyczne warunki brzegowe, a na  $\Gamma_c^t$  ciała stykają się ze sobą. Zakłada się, że dla każdego z ciał części brzegów  $\Gamma_{\sigma}^{(a)t}$ ,  $\Gamma_u^{(a)t}$  i  $\Gamma_c^t$  są rozłączne.



Rys. 1. Układ kontaktujących się ciał

Fig. 1. The system of contact bodies

Przyjmuje się, że ciało  $\mathcal{B}^{(2)}$  niezależnie od działających obciążeń poddane jest dodatkowemu wymuszeniu kinematycznemu w postaci pola przemieszczeń

$$\mathbf{u}^{ext}(\mathbf{X}^{(2)}, t) = \beta(t) \mathbf{u}^F(\mathbf{X}^{(2)}) \quad (1)$$

gdzie  $\mathbf{u}^F(\mathbf{X}^{(2)})$  oznacza znaną funkcję wektorową określoną w obszarze  $\Omega^{(2)0}$ , a  $\beta(t)$  jest parametrem skalarnym określającym przyrost wymuszonych przemieszczeń w czasie.

W zagadnieniu dynamicznym, formułowanym w czasie rzeczywistym,  $\beta(t)$  jest rosnącą funkcją czasu przyjmującą wartości z przedziału  $[0, 1]$ . W zagadnieniu quasi-statycznym sam parametr  $\beta$  może być traktowany jako pseudo-czas sterujący procesem przyrostowym. Przemieszczenia wyrażają się zależnościami:

$$\mathbf{u}^{(1)}(\mathbf{X}^{(1)}, t) = \mathbf{x}^{(1)}(\mathbf{X}^{(1)}, t) - \mathbf{X}^{(1)} \quad (2)$$

$$\mathbf{u}^{(2)}(\mathbf{X}^{(2)}, t) = \mathbf{x}^{(2)}(\mathbf{X}^{(2)}, t) - \mathbf{X}^{(2)} - \mathbf{u}^{ext}(\mathbf{X}^{(2)}, t)$$

## 2.2. Warunki kontaktu

Wzajemne oddziaływanie w strefie kontaktu definiowane jest oddzielnie w kierunku normalnym i stycznym do powierzchni stykających się ciał [16, 21, 22]. Dla każdego punktu  $\mathbf{x}^{(1)} \in \Gamma^{(1)t}$ , w którym może nastąpić kontakt wyznaczany jest najbliższy mu punkt  $\bar{\mathbf{x}}^{(2)} \in \Gamma^{(2)t}$  tzn. punkt spełniający warunek:

$$\left| \mathbf{x}^{(1)} - \bar{\mathbf{x}}^{(2)} \right| = \min_{\mathbf{x}^{(2)} \in \Gamma^{(2)t}} \left| \mathbf{x}^{(1)} - \mathbf{x}^{(2)} \right| \quad (3)$$

Funkcja dystansu  $g(\mathbf{x}^{(1)})$  opisująca fakt nieprzenikania się powierzchni obu ciał definiowana jest jako:

$$g(\mathbf{x}^{(1)}) = (\mathbf{x}^{(1)} - \bar{\mathbf{x}}^{(2)}) \cdot \mathbf{n}^{(2)}(\bar{\mathbf{x}}^{(2)}) \quad (4)$$

gdzie  $\mathbf{n}^{(2)}$  jest normalną zewnętrzną do  $\Gamma^{(2)t}$ .

Funkcja ta musi być nieujemna  $g(\mathbf{x}^{(1)}) \geq 0$  dla  $\mathbf{x}^{(1)} \in \Gamma^{(1)t}$

przy czym w strefie kontaktu  $g(\mathbf{x}^{(1)}) = 0$  dla  $\mathbf{x}^{(1)} \in \Gamma_c^t$

a poza tą strefą  $g(\mathbf{x}^{(1)}) > 0$ .

W punkcie styku obu ciał wektor naprężenia kontaktowego Cauchy'ego  $\mathbf{t}_c$  zostaje rozłożony na składową normalną i styczną do powierzchni

$$\mathbf{t}_c = \mathbf{t}_n + \mathbf{t}_s = t_n \mathbf{n}^{(2)} + \mathbf{t}_s \quad (5)$$

gdzie  $t_n = \mathbf{t}_c \cdot \mathbf{n}^{(2)} \geq 0$  dla  $\mathbf{x}^{(1)} \in \Gamma_c^t$ .

Poza strefą kontaktu  $t_n = 0$ .

Ograniczenia nałożone na funkcję dystansu i składową normalną naprężenia kontaktowego można zapisać łącznie w formie warunków Kuhna-Tuckera dla kontaktu w kierunku normalnym:

$$g \geq 0, \quad t_n \geq 0, \quad t_n g = 0 \quad (6)$$

W stykających się punktach  $\mathbf{x}^{(1)}$  i  $\bar{\mathbf{x}}^{(2)}$  oddziaływanie styczne do powierzchni  $\mathbf{t}_s$  wynika z obecności tarcia i przeciwdziałania poślizgowi, który przejawia się w postaci różnicy prędkości ciał (prędkości względnej)

$$\mathbf{v}_s = \mathbf{v}_s^{(2)}(\bar{\mathbf{x}}^{(2)}) - \mathbf{v}_s^{(1)}(\mathbf{x}^{(1)}) \quad (7)$$

Dla modelu tarcia Coulomba następujące warunki określają stany przylegania:

$$|\mathbf{t}_s| < \mu |t_n| \Rightarrow \mathbf{v}_s = 0$$

i poślizgu:

$$|\mathbf{t}_s| = \mu |t_n| \Rightarrow \mathbf{v}_s = -\lambda \frac{\mathbf{t}_s}{|\mathbf{t}_s|}$$

gdzie  $\mu = \mu(t_n, |\mathbf{v}_s|)$  jest współczynnikiem tarcia.

Definiując funkcję poślizgu:

$$\phi = |\mathbf{t}_s| - \mu |t_n| \quad (8)$$

i prawo poślizgu:

$$\mathbf{v}_s = -\lambda \frac{\mathbf{t}_s}{|\mathbf{t}_s|} \quad (9)$$

można zależności kontaktowe w kierunku stycznym do powierzchni styku zapisać jako warunki Kuhna-Tuckera

$$\phi \leq 0, \quad \lambda \geq 0, \quad \phi \lambda = 0 \quad (10)$$

### 2.3. Zagadnienie początkowo-brzegowe – sformułowanie lokalne

Do opisu problemu kontaktowego przedstawionego w 2.1 i 2.2 zastosowane zostało uaktualnione podejście Lagrange'a [1, 21], w którym zmiennymi niezależnymi są współrzędne materialne, a konfiguracją odniesienia jest konfiguracja aktualna (odkształcona). Przy założeniu, że analizowane zadanie ma charakter quasi-statyczny, pozwalający na pominięcie sił bezwładności, sformułowanie lokalne problemu początkowo-brzegowego stanowi następujący układ równań i nierówności [21]:

– równania ciągłości masy (zasada zachowania masy)

$$\rho^{(a)}(\mathbf{X}^{(a)}, t) J^{(a)}(\mathbf{X}^{(a)}, t) = \rho^{(a)}(\mathbf{X}^{(a)}) \quad \text{w } \Omega^{(a)0} \quad (11)$$

– równania równowagi

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}^{(a)} + \rho^{(a)} \mathbf{b}^{(a)} = 0 \quad \text{w } \Omega^{(a)t} \quad (12)$$

– naprężeniowe warunki brzegowe

$$\mathbf{n}^{(a)} \boldsymbol{\sigma}^{(a)} = \mathbf{t}^{(a)} \quad \text{na } \Gamma_{\boldsymbol{\sigma}}^{(a)t} \quad (13)$$

– przemieszczeniowe warunki brzegowe

$$\mathbf{u}^{(a)} = \bar{\mathbf{u}}^{(a)} \quad \text{na } \Gamma_u^{(a)t} \quad (14)$$

– warunki początkowe

$$\mathbf{u}^{(a)} = \mathbf{u}_0^{(a)}, \quad \mathbf{v}^{(a)} = \mathbf{v}_0^{(a)} \quad \text{w} \quad \bar{\Omega}^{(a)0}, \quad t = 0 \quad (15)$$

– warunki kontaktowe

$$g \geq 0, \quad t_n \geq 0, \quad t_n g = 0$$

$$v_s = -\lambda \frac{t_s}{|t_s|} \quad \phi = |t_s| - \mu |t_n| \quad \text{na} \quad \Gamma_c' \quad (16)$$

$$\phi \leq 0, \quad \lambda \geq 0, \quad \phi \lambda = 0$$

W równaniach tych  $\rho^{(a)}$  oznacza gęstość masy,  $J^{(a)}$  wyznacznik gradientu deformacji  $F^{(a)}$ ,  $\sigma^{(a)}$  tensor naprężeń Cauchy'ego.

Poszukiwane są pola przemieszczeń  $\mathbf{u}^{(a)}(\mathbf{X}^{(a)}, t)$ , które poprzez generowane tensory naprężeń  $\sigma^{(a)}$  spełniają układ równań i nierówności (11)–(16). Związek między polami przemieszczeń i naprężeń definiują odpowiednie równania fizyczne, które muszą być dołączone do układu (11)–(16). W dalszych obliczeniach stosowano materiał sprężysto-plastyczny Coulomba-Mohra i sprężysty Hooke'a.

#### 2.4. Zagadnienie początkowo-brzegowe – sformułowanie wariacyjne

W zadaniach z nieznaną z góry strefą kontaktu wyżej sformułowany problem początkowo-brzegowy może być przedstawiony równoważnie jako układ dwóch sprzężonych nierówności wariacyjnych [22, 24]. Jeżeli aktualna strefa kontaktu jest znana, sformułowanie wariacyjne stanowi równanie zasady prac wirtualnych łącznie dla obu ciał zawierające również pracę sił kontaktowych [18, 21, 22]:

$$\sum_{a=1}^2 \left( \int_{\Omega^{(a)t}} \sigma^{(a)} : \delta \boldsymbol{\epsilon}^{(a)} d\Omega - \int_{\Omega^{(a)t}} \rho^{(a)} \mathbf{b}^{(a)} \cdot \delta \mathbf{u}^{(a)} d\Omega - \int_{\Gamma_{\sigma}^{(a)t}} \mathbf{t}^{(a)} \cdot \delta \mathbf{u}^{(a)} d\Gamma \right) - \delta L_c = 0 \quad (17)$$

$$\delta L_c = \sum_{a=1}^2 \left( \int_{\Gamma_c'} \mathbf{t}_c^{(a)} \cdot \delta \mathbf{u}^{(a)} d\Gamma \right) = \int_{\Gamma_c'} (t_n \delta g + \mathbf{t}_s \cdot \delta \mathbf{u}_s) d\Gamma \quad (18)$$

gdzie  $\delta \mathbf{u}^{(a)}$  oznacza kinematycznie dopuszczalną wariację pola przemieszczeń, a  $\delta \boldsymbol{\epsilon}^{(a)}$  generowany przez tę wariację tensor małych odkształceń.

Do równania wariacyjnego (17) muszą być dołączone warunki kontaktowe i równania fizyczne.

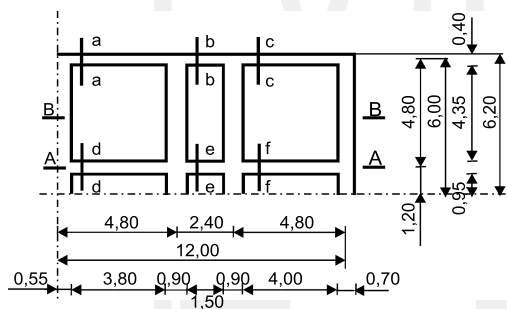
#### 2.5. Dyskretyzacja

Sformułowanie wariacyjne problemu brzegowo-początkowego przedstawione w 2.4 jest podstawą budowy modelu numerycznego MES. W niniejszym artykule posłużono się systemem MSC Marc [18]. Do dyskretyzacji przestrzennej stosowano 8-węzłowe elementy sześciokątne z liniową, względem każdej zmiennej, aproksymacją pola przemieszczeń. Powierzchnie brzegowe (w tym kontaktowe) aproksymowane były elementami tworzonymi przez ściany elementów przestrzennych dyskretyzujących wnętrza ciał. W celu lokalnie-

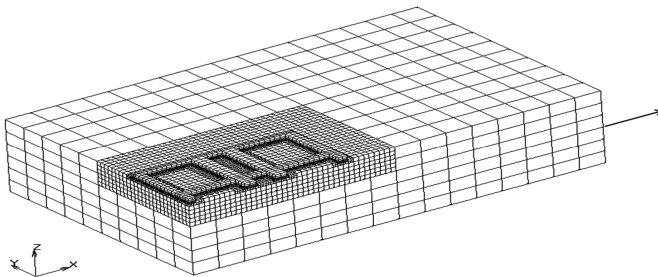
go zagęszczenia siatki elementów w strefie kontaktu wykorzystano dostępną w programie procedurę adaptacji. Do badania kontaktu stosowano opcję analizującą położenie węzłów dyskretyzujących jedną powierzchnię względem aproksymacji drugiej powierzchni. Sprawdzenie to stosowano obustronnie. Tarcie wyznaczano procedurą dwuliniową. W obliczeniach wykorzystano dostępne w systemie modele konstytutywne materiału sprężysto-plastycznego Coulomba-Mohra i sprężystego Hooke'a. Całkowanie względem czasu zagadnienia quasi-statycznego prowadzono metodą Newtona-Raphsona z symetryzacją macierzy sztywności.

### 3. Sformułowanie zadania numerycznego

Obliczenia, w celach porównawczych, przeprowadzono dla rusztu fundamentowego analizowanego w Załączniku D Instrukcji ITB nr 416 [11]. Konstrukcja podlega procesowi rozpełzania gruntu o maksymalnej wartości  $\varepsilon = 5$  mm/m. Kierunek rozpełzania jest równoległy do dłuższego boku rusztu. W całym procesie deformacji układ zachowuje symetrię względem dwóch płaszczyzn symetrii i dlatego można ograniczyć się do analizy modelu złożonego z 1/4 rusztu i odpowiedniej bryły podłoża. Na rys. 2 pokazano wymiary analizowanej części rusztu oraz przekroje, w których były wyznaczane naprężenia kontaktowe lub siły przekrojowe. Na rys. 3 pokazano utworzony za pomocą MES model przestrzenny układu ruszt – podłoże ze wskazaniem kierunku rozpełzania gruntu. Dla bryły gruntu przyjęto wymiary  $32 \times 20 \times 7,2$  m odpowiednio w kierunku  $x$ ,  $y$  i  $z$ . W bieżącym rozdziale stosowano oznaczenia wielkości fizycznych przyjęte w literaturze przedmiotu [11, 20].



Rys. 2. Analizowany ruszt fundamentowy  
Fig. 2. Analysed foundation framework.



Rys. 3. Model MES

Fig. 3. FEM model

W obliczeniach przyjęto wg [11] następujące dane:

1. Ruszt fundamentowy:
 

obciążenie normalne	$q = 0,25 \text{ MPa}$ ,
wysokość ław fundamentowych	$h = 0,40 \text{ m}$ ,
beton klasy B15	
moduł Younga	$E_b = 23000 \text{ MPa}$ ,
współczynnik Poissona	$\nu_b = 0,167$ ,
2. Posadzka piwnic:
 

obciążenie użytkowe	$q_p = 1 \text{ kN/m}^2$ ,
ciężar objętościowy	$\gamma_1 = 22 \text{ kN/m}^3$ ,
grubość posadzki	$h_1 = 0,10 \text{ m}$ ,
3. Podłoże gruntowe – glina piaszczysta:
 

stopień plastyczności	$I_L = 0,16$ ,
spójność	$c = 0,03 \text{ MPa}$ ,
kąt tarcia wewnętrznego	$\Phi = 20^\circ$ ,
moduł Younga	$E = 30 \text{ MPa}$ ,
współczynnik Poissona	$\nu = 0,29$ ,
ciężar objętościowy	$\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ .

**Uwaga 1.** W Instrukcji [11] siły wewnętrzne w ruszcie wyliczane są wg algorytmu przedstawionego w rozdziale 6. tej pracy. Bazuje on na założeniu równomiernego rozkładu zarówno naprężeń kontaktowych normalnych, jak i stycznych (dla przyjętej wielkości rozpełzania) na całej powierzchni kontaktu fundamentu z podłożem. Założenie to wynika z traktowania gruntu jako modelu winklerowskiego. W rozwiązywanym w niniejszym artykule zadaniu kontaktowym rusztu z warstwą sprężysto-plastyczną (lub sprężystą) można co najwyżej przyjąć równomierne obciążenie fundamentu, zaś rozkład normalnych naprężeń kontaktowych w płaszczyźnie styku nie jest z góry znany, lecz stanowi część poszukiwanego rozwiązania.

Wielkość współczynnika tarcia pomiędzy fundamentem i gruntem była przedmiotem licznych badań eksperymentalnych prowadzonych zwłaszcza w GIG [13, 14, 19, 20]. W wyniku tych badań ustalono związek pomiędzy maksymalnym naprężeniem stycznym  $\Theta$  i normalnym naprężeniem kontaktowym  $\sigma$  w postaci zmodyfikowanego wzoru Coulomba-Mohra:

$$\Theta(\sigma) = K(\sigma)(\sigma \operatorname{tg} \Phi + c) \quad (19)$$

W pracach [11, 20] przedstawiono wynikający z tych badań wykres zależności współczynnika  $K$  od  $\sigma$ . W przedziale naprężeń [0,1, 0,4] MPa wykres ten jest linią prostą. Wstawiając ten liniowy związek do równania (19) otrzymuje się kwadratową funkcję  $\Theta = \Theta(\sigma)$ . Zmienny współczynnik tarcia wyznacza się jako  $\mu(\sigma) = \Theta(\sigma)/\sigma$ .

**Uwaga 2.** Innym sposobem „urealnienia” wielkości współczynnika tarcia na powierzchni kontaktu stosowanym w obliczeniach geotechnicznych, w stosunku do wielkości otrzymywanych ze wzoru Coulomba-Mohra, jest arbitralna redukcja kąta tarcia wewnętrznego  $\Phi$  dla gruntu [3].



W modelu MES (rys. 3) przyjęto warunki brzegowe wynikające z podwójnej symetrii układu i założono sztywne podparcie bryły gruntowej w kierunku pionowym. Wymuszone pole przemieszczeń

$$\mathbf{u}^{ext} = \beta(t) (\epsilon X_1, 0, 0)$$

generowane było poprzez przyrostową zmianę warunków brzegowych na płaszczyźnie prostopadłej do osi  $X_1$  zamykającej bryłę podłoża.

Quasi-statyczny problem brzegowy rozwiązywany był w 60 krokach przyrostowo-iteracyjnych. W pierwszych dziesięciu stopniowo przyrastało obciążenia pionowe: ciężar własny gruntu, obciążenie fundamentu i siły przekazywane bezpośrednio z posadzki na grunt, tzn. rozwiązywany był problem kontaktowy docisku fundamentu do podłoża pod działaniem sił pionowych. W kolejnych 50 krokach przyrostowych, przy zachowaniu stałej wartości przyłożonych obciążeń pionowych, symulowany był proces rozpełzania gruntu od  $\epsilon = 0$  do maksymalnej wartości  $\epsilon = 0,005$ .

Fundament przyjęto jako liniowo sprężysty o stałych materiałowych jak dla betonu B15, a grunt jako materiał sprężysto-plastyczny Coulomba-Mohra opisany stałymi  $E$  i  $\nu$  w stanie sprężystym, a  $\Phi$  i  $c$  w stanie plastycznym.

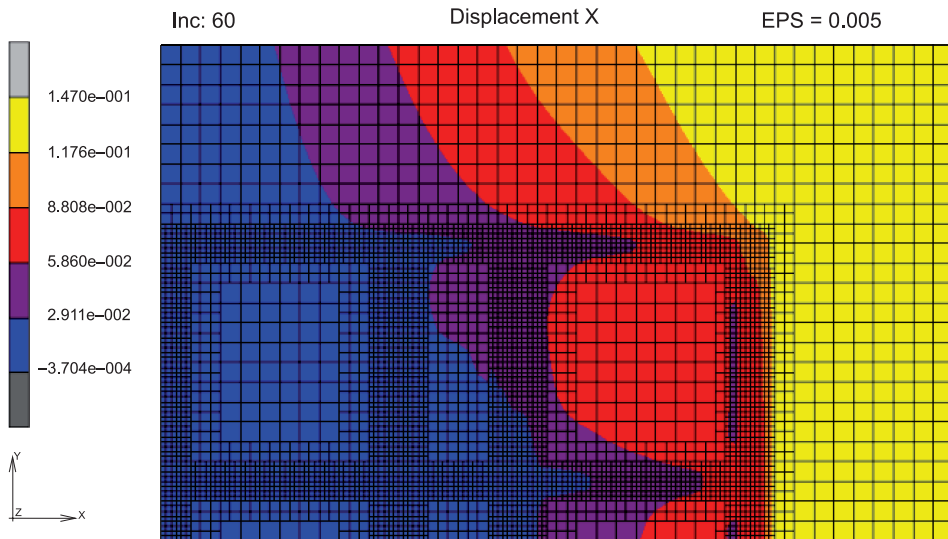
Do celów porównawczych rozwiązano analogiczne zadanie, ale dla gruntu sprężystego o tych samych stałych  $E$  i  $\nu$  jak dla materiału Coulomba-Mohra.

#### 4. Rezultaty obliczeń

Otrzymane wyniki obliczeń analizowano w sensie jakościowym pod kątem pojawienia się pewnych efektów zauważalnych zarówno przy obserwacji rzeczywistych obiektów budowlanych posadowionych na terenach górniczych, jak i w badaniach poligonowych [12–15, 17, 19, 20, 25]. Pokazane na rys. 4 przemieszczenia poziome, równoległe do kierunku wymuszonych odkształceń, pokazują efekt „kotwienia” powierzchni gruntu przez znacznie sztywniejszy fundament. Gdyby powierzchnia gruntu była swobodna w trakcie przechodzenia niecki (rozpełzania gruntu), to jej przemieszczenia i odkształcenia rozkładałyby się równomiernie (podobnie do pokazanych na rys. 5 przemieszczeń sztywniejszego gruntu sprężystego, który „wysuwa” się spod fundamentu). Obecność sztywnego fundamentu zaburza tę swobodną deformację, powodując, że sprężysto-plastyczny grunt doznaje znacznie mniejszych przemieszczeń i odkształceń pod budynkiem niż poza nim. Poślizgi względem fundamentu pojawiają się w pobliżu końcowej ławy poprzecznej.

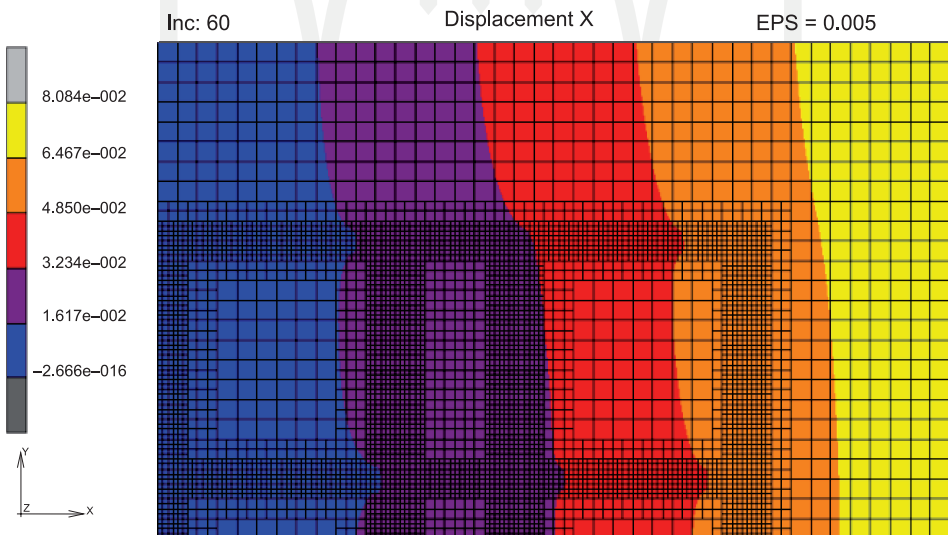
Drugim zjawiskiem towarzyszącym rozpełzaniu gruntu jest jego rozluźnienie przejawiające się we wzroście osiadań fundamentu przy stałej wielkości obciążeń pionowych. W pokazanych na rys. 6 i 7 przemieszczeniach pionowych widać efekt rozluźnienia w obu modelach gruntu. Różni je tylko skala. W gruncie sprężystym maksymalna wielkość  $u_z$  wzrasta z 2,32 cm do 3,84 cm, a w sprężysto-plastycznym z 2,65 cm do 14,02 cm. Zjawisko to powoduje dodatkowe zginanie rusztu fundamentowego.

W pełnej korelacji z przedstawionymi wykresami przemieszczeń poziomych pozostają otrzymane rozkłady stycznych naprężeń kontaktowych. Wyznaczono je w pokazanych na rys. 2 przekrojach A–A i B–B dla obu rodzajów gruntu. Pierwszy przekrój biegnie wzdłuż ławy równoległej do kierunku rozpełzania, drugi przecina prostopadle ławy poprzeczne.



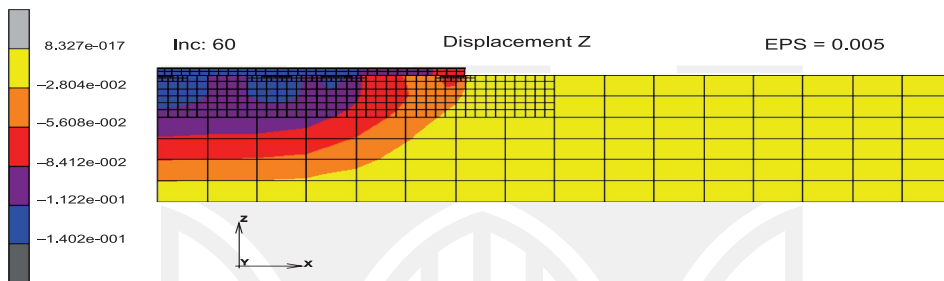
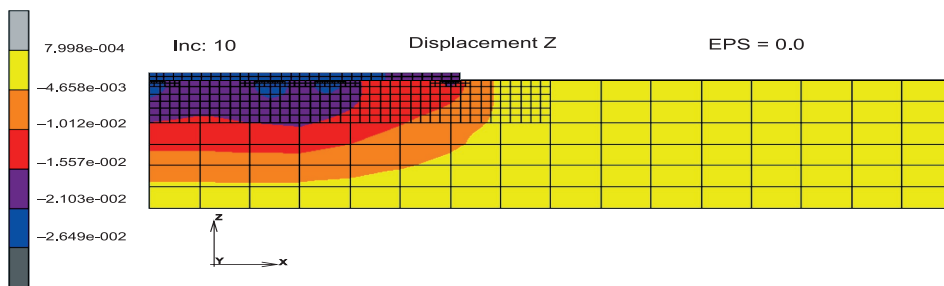
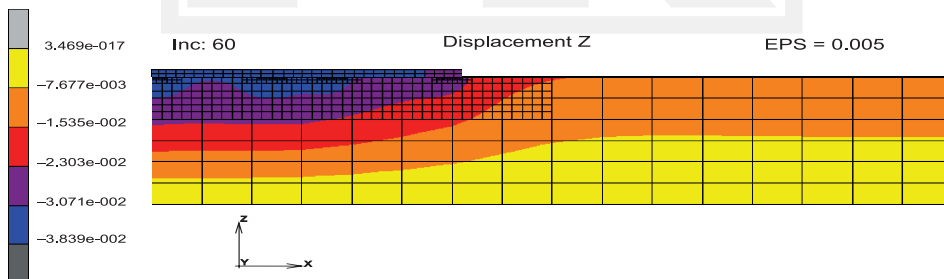
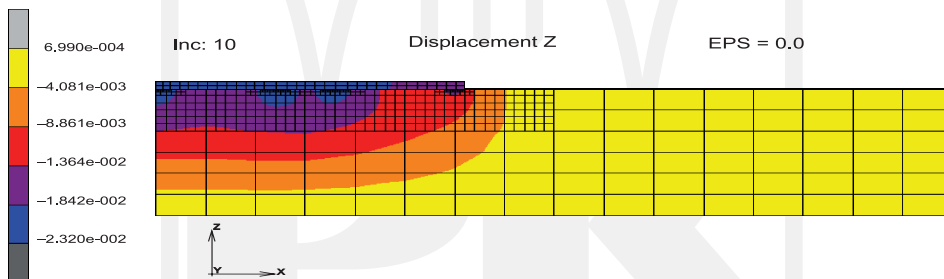
Rys. 4. Grunt sprężysto-plastyczny – przemieszczenia poziome  $u_x$

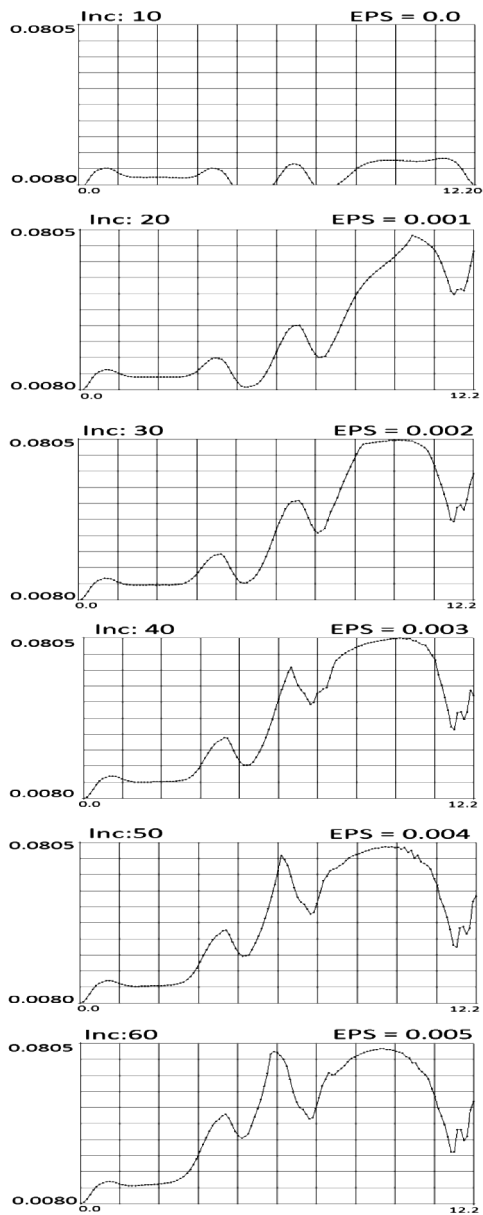
Fig. 4. Elastic-plastic soil – horizontal displacements  $u_x$



Rys. 5. Grunt sprężysty – przemieszczenia poziome  $u_x$

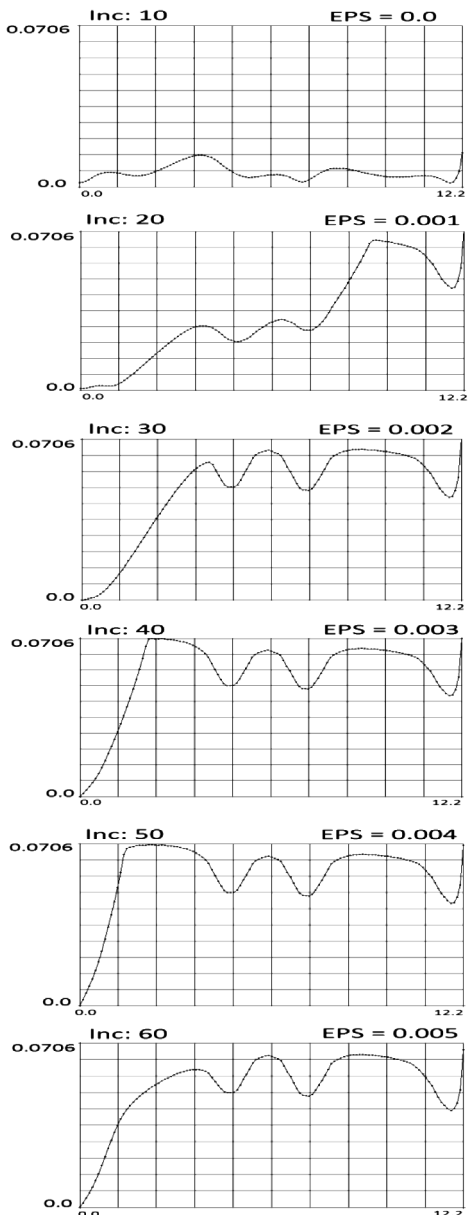
Fig. 5. Elastic soil – horizontal displacements  $u_x$

Rys. 6. Grunt sprężysto-plastyczny – przemieszczenia pionowe  $u_z$ Fig. 6. Elastic-plastic soil – vertical displacements  $u_z$ Rys. 7. Grunt sprężysty – przemieszczenia pionowe  $u_z$ Fig. 7. Elastic soil – vertical displacements  $u_z$



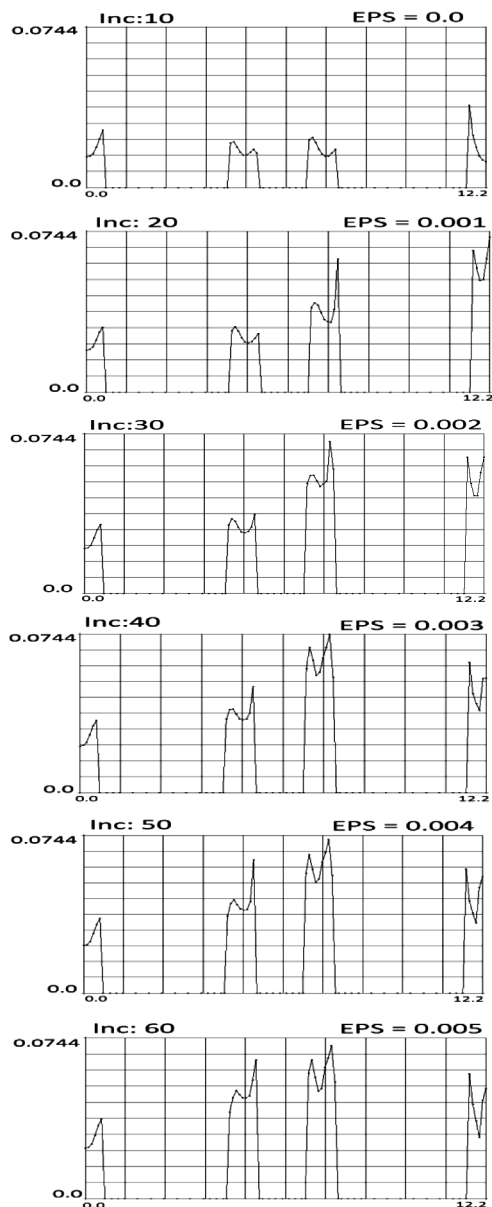
Rys. 8. Grunt sprężysto-plastyczny. Przekrój A-A. Zmiana stycznych naprężeń kontaktowych ze wzrostem pełzania

Fig. 8. Elastic-plastic soil. Cross section A-A. Change of the tangential contact stresses due to creeping



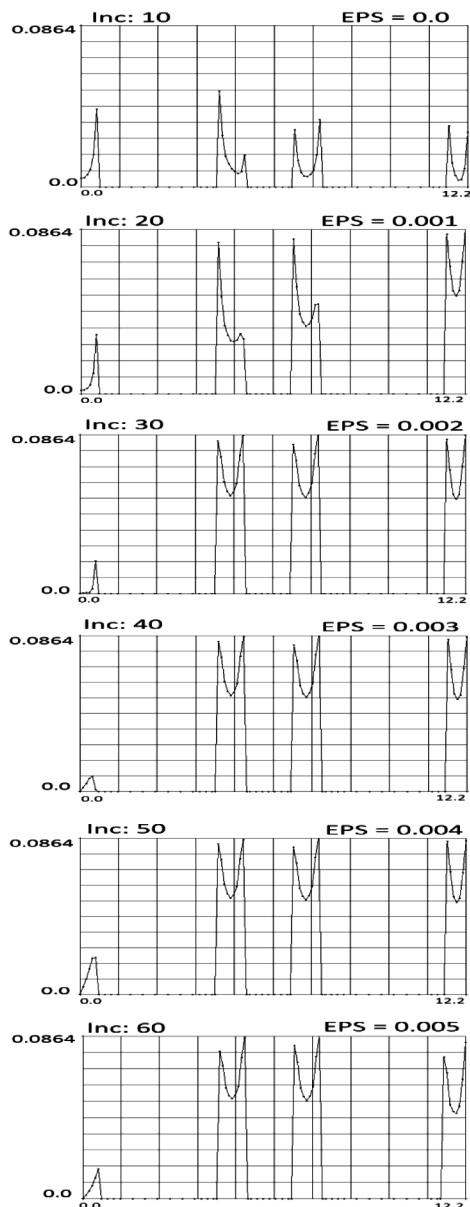
Rys. 9. Grunt sprężysty. Przekrój A-A. Zmiana stycznych naprężeń kontaktowych ze wzrostem pełzania

Fig. 9. Elastic soil. Cross Section A-A. Change of the tangential contact stresses due to creeping



Rys. 10. Grunt sprężysto-plastyczny. Przekrój B-B. Zmiana stycznych naprężeń kontaktowych ze wzrostem pełzania

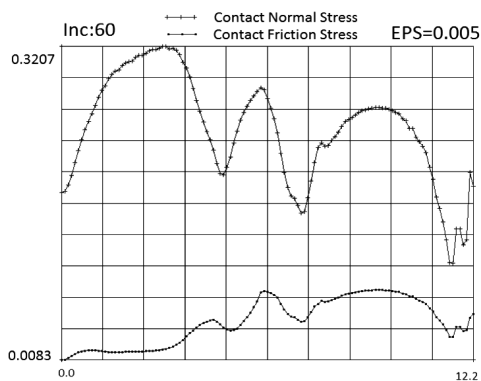
Fig. 10. Elastic-plastic soil. Cross section B-B. Change of the tangential contact stresses due to creeping



Rys. 11. Grunt sprężysty. Przekrój B-B. Zmiana stycznych naprężeń kontaktowych ze wzrostem pełzania

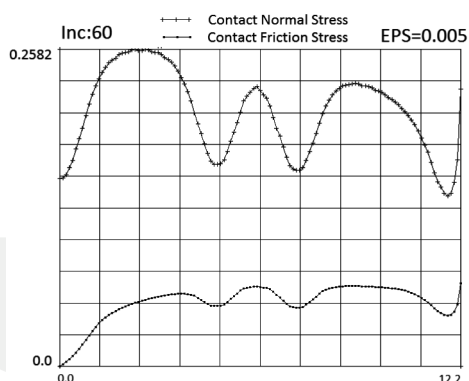
Fig. 11. Elastic soil. Cross Section B-B. Change of the tangential contact stresses due to creeping.

Na rys. 12 i 13 przedstawiono rozkłady naprężeń kontaktowych normalnych i stycznych wzdłuż ławy równoległej (w przekrojach A–A) dla obu rodzajów gruntu przy maksymalnym poziomie rozpełzania:



Rys. 12. Model sprężysto-plastyczny. Naprężenia kontaktowe normalne i styczne

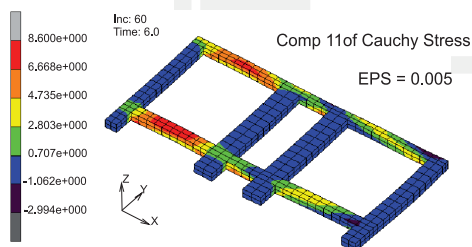
Fig. 12. Elastic-plastic model. Normal and tangential contact stresses



Rys. 13. Model sprężysty. Naprężenia kontaktowe normalne i styczne

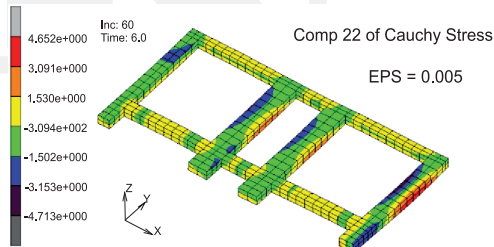
Fig. 13. Elastic model. Normal and tangential contact stresses

Na rys. 14 i 15 przedstawiono naprężenia normalne  $\sigma_x$  i  $\sigma_y$  w liniowo sprężystym ruszcie fundamentowym. Nierównomierne rozkłady tych naprężeń wskazują na wyraźny, oprócz sił osiowych, wpływ momentów zginających zarówno w płaszczyźnie, jak i z płaszczyzny rusztu. Ponieważ w modelu przyjętym w [11] wylicza się siły osiowe i później, w uproszczony sposób, tylko momenty zginające w płaszczyźnie rusztu, porównanie otrzymanych wyników ograniczono do sił podłużnych w przekrojach oznaczonych na rys. 2 jako a–a do f–f. Za podstawowe przyjęto rezultaty uzyskane dla modelu sprężysto-plastycznego (MSP)



Rys. 14. Model sprężysto-plastyczny. Naprężenia normalne  $\sigma_x$  w ruszcie fundamentowym

Fig. 14. Elastic-plastic model. Normal stresses  $\sigma_x$  in the foundation framework



Rys. 15. Model sprężysto-plastyczny. Naprężenia normalne  $\sigma_y$  w ruszcie fundamentowym

Fig. 15. Elastic-plastic model. Normal stresses  $\sigma_y$  in the foundation framework

i porównano z nimi analogiczne siły w modelu sprężystym (MS) oraz w modelu z Instrukcji [11] – (ITB). Wyniki zamieszczono w tabeli:

Tabela 1

**Porównanie sił podłużnych z modelu sprężysto-plastycznego (MSP) z siłami w modelu sprężystym (MS) oraz w modelu z Instrukcji (ITB)**

	MSP	MS		ITB	
	$N_{MSP}$ [MN]	$N_{MS}$ [MN]	$\Delta N$ [%]	$N_{ITB}$ [MN]	$\Delta N$ [%]
a-a	0,582	0,764	31,3	0,836	43,6
b-b	0,403	0,474	17,6	0,513	34,6
c-c	0,248	0,267	7,7	0,286	28,2
d-d	0,874	1,142	30,7	1,141	30,5
e-e	0,669	0,721	7,8	0,701	4,8
f-f	0,332	0,411	23,8	0,382	15,1

## 5. Wnioski

Spójny obraz deformacji i związanego z nią rozkładu naprężeń kontaktowych i sił przekrojowych pozwala uznać wyniki otrzymane z modelu (MSP) za godne zaufania. Mogą on stanowić podstawę do oceny wielkości zapasów bezpieczeństwa jakie daje stosowanie procedur zalecanych inżynierom w wytycznych ITB.

Z analizy pokazanych na rys. 8 do 13 rozkładów naprężeń w strefie kontaktu fundamentu z podłożem gruntowym można wysnuć kilka wniosków:

- w sposób oczywisty normalne i styczne naprężenia kontaktowe nie rozkładają się równomiernie,
- w miejscach poślizgów naprężenia styczne dążą do pewnego wyrównania w pobliżu wartości granicznej,
- potwierdza się znany z literatury [19] fakt, że po dojściu odkształceń poziomych do wielkości ok. 3 mm/m nie następuje dalszy wzrost sił wewnętrznych w ławach mimo wzrostu rozpełzania (wykresy naprężeń stycznych pozostają prawie stałe).

Z punktu widzenia praktyki projektowej największe znaczenie ma znajomość sił podłużnych w przekrojach a-a i d-d i w obydwóch, zarówno dla modelu sprężystego (MS), jak i modelu (ITB), przekraczają one o ponad 30% wielkości sił wyznaczonych dla gruntu sprężysto-plastycznego. Ten fakt jest konsekwencją rozkładów naprężeń stycznych pokazanych na rys. 8 do 11. Wykres w modelu (MSP) można przybliżyć trójkątem, w modelu (MS) bardziej prostokątem, a w (ITB) jest to ściśle prostokąt.

Jak już wcześniej zaznaczono, by móc uzyskać przedstawione wyżej porównania (zwłaszcza z modelem (ITB)) zdecydowano się analizować zadanie, w którym kierunek rozpełzania pokrywa się z jedną z osi symetrii rusztu. Jednak wytyczne wymagają od projektanta takiej analizy przy dowolnym kierunku odkształceń poziomych gruntu. Przykład rozwiązywanego przez autora niniejszego opracowania zbliżonego problemu, ale przy dowolnym kierunku rozpełzania pokazano w pracy [23].

Praktyczne możliwości zastosowania MES w analizie oddziaływania podłoża górniczego na budowle są znacznie szersze od wyżej przedstawionych. Łatwość modelowania nawet skomplikowanych kształtów budowli, precyzyjny dobór modeli fizycznych dla gruntu i konstrukcji, lepsze przybliżanie zjawisk w strefie kontaktu i wreszcie możliwość analizy rozwoju niecki górnicznej w czasie stwarzają perspektywy dużo bardziej dokładnego przewidywania wpływu potencjalnych oddziaływań górniczych na budowle, zarówno istniejące, jak i te dopiero projektowane.

## Literatura

- [1] Belytschko T., Liu W.K., Moran B., *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*, Wiley, 2000.
- [2] Budzianowski Z., Lessaer S., *O krzywiznach odkształconej powierzchni terenu podlegającego wpływom eksploatacji górnicznej w zakresie potrzeb budownictwa*, Archiwum Inżynierii Łądowej, t. 14, nr 3, 1968.
- [3] Cudny M., Binder K., *Kryteria wytrzymałości gruntu na ścinanie w zagadnieniach geotechniki*, Inżynieria Morska i Geotechnika, 6, 2005.
- [4] Florkowska L., *Wybrane problemy współdziałania budowli z górotworem*, Prace IMG PAN, Rozprawy, monografie 3, Kraków 2003.
- [5] Florkowska L., Walaszczyk J., *O możliwościach komputerowego modelowania współpracy budowli z deformującym się podłożem górnicznym*, Archives of Mining Sciences, 49, 2004.
- [6] Florkowska L., Cygan J., Leśniak J., Tajduś K., Walaszczyk J., *Metody analizy numerycznej współdziałania budynku z podłożem deformującym się wskutek eksploatacji podziemnej*, Prace IMG PAN, t. 8, nr 1–4, 2006
- [7] Florkowska L., Walaszczyk J., *The numerical modeling of the subsoil deformation influence on a building*, Archives of Mining Sciences, 51, 2006.
- [8] Instrukcja ITB nr 286, *Wytyczne projektowania budynków o ścianowym układzie nośnym podlegających wpływowi eksploatacji górnicznej*, Warszawa 1989.
- [9] Instrukcja ITB nr 332, *Projektowanie hal stalowych na terenach górniczych wraz z komentarzem i przykładami*, Warszawa 1994.
- [10] Instrukcja ITB nr 364, *Wymagania techniczne dla obiektów budowlanych wznoszonych na terenach górniczych*, Warszawa 2007.
- [11] Instrukcja ITB nr 416, *Projektowanie budynków na terenach górniczych*, Warszawa 2006.
- [12] Kawulok M., *Niektóre wyniki badań wpływu eksploatacji górnicznej na budynek mieszkalny*, Ochrona Terenów Górniczych, 56, 1981.
- [13] Kwiatek J. i inni, *Badania terenowe wpływu podziemnej eksploatacji górnicznej na budowle eksperymentalne*, Prace GIG, Komunikat nr 620, Katowice 1974.
- [14] Kwiatek J., *Wpływ rozpełzania podłoża na siły rozciągające w fundamentach budowli*, Prace GIG, Katowice 1967.
- [15] Kwiatek J., *Wybrane problemy geotechniki terenów górniczych*, Wyd. PAN 1984.
- [16] Laursen T.A., Simo J.C., *A Continuum – based Finite Element Formulation for the Implicit Solution of Multibody, Large Deformation Frictional Contact Problems*, Int. J. Num. Meth. Eng., 36, 1993.
- [17] Majewski S., *Sprężysto-plastyczny model współpracującego układu budynek-podłoże poddanego wpływom górniczych deformacji terenu*, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Seria Budownictwo, z. 79, Gliwice 1995.



- [18] MSC. Marc 2007, *User's Manual*, MSC. Software Corp., 2007.
- [19] Praca zbiorowa pod redakcją M. Boreckiego, *Ochrona powierzchni przed szkodami górnictwami*, Wyd. Śląsk, Katowice 1980.
- [20] Praca zbiorowa pod kierunkiem J. Kwiatka, *Ochrona obiektów budowlanych na terenach górniczych*, Wyd. GIG, Katowice 1997.
- [21] Rojek J., *Modelowanie i symulacja komputerowa złożonych zagadnień mechaniki nieliniowej Metodami Elementów Skończonych i Dyskretnych*, Prace IPPT PAN, 4/2007, Warszawa 2007.
- [22] Szefer G., Jasińska D., *Dynamic Analysis of Large Deformation Contact of Elastic Bodies*, J. Theor. Appl. Mech., 40,1, 2002.
- [23] Świerczek M., *In Plane Friction of Elastic Bodies Undergoing Kinematic Quasi-Static Excitations*, Archiwum Inżynierii Łądowej, t. 53, nr 1, 2007.
- [24] Telega J.J., *Metody wariacyjne i analiza wypukła w zagadnieniach kontaktowych i homogenizacji*, IPPT PAN, 1990, Praca habilitacyjna.
- [25] Wasilkowski F., *Wpływ rozpełzania podłoża na fundamenty budowli posadowionych terenach górniczych*, Inżynieria i Budownictwo, nr 6 i 7, 1966.

