

ARKADIUSZ KWIECIEN*

REDUKCJA KONCENTRACJI NAPRĘŻEŃ PO NAPRAWIE
POLIMEROWYM ZŁĄCZEM PODATNYMREDUCTION OF STRESS CONCENTRATION AFTER
REPAIR USING OF POLYMER FLEXIBLE JOINT

Streszczenie

Artykuł poświęcony jest zagadnieniu występowania koncentracji naprężeń w konstrukcjach budowlanych, zwłaszcza uszkodzonych i możliwości ich redukcji przez zastosowanie polimerowych złączy podatnych. Aspekt ten został przeanalizowany przy użyciu modelu numerycznego oraz prostego prętowego modelu złącza podatnego o charakterystyce nieliniowej, opisanego liniowymi związkami konstytutywnymi.

Słowa kluczowe: koncentracja naprężeń, redystrybucja naprężeń, polimerowe złącze podatne, model prętowy złącza

Abstract

Paper deals with the stress concentration problem in civil engineering structures, especially damaged and possibility of their reduction using of polymer flexible joints. This aspect was analyzed based on a numerical model, as well as a simple bar model of flexible joint of nonlinear characteristic, which was described by linear constitutive equations.

Keywords: stress concentration, stress redistribution, polymer flexible joint, bar model of a joint

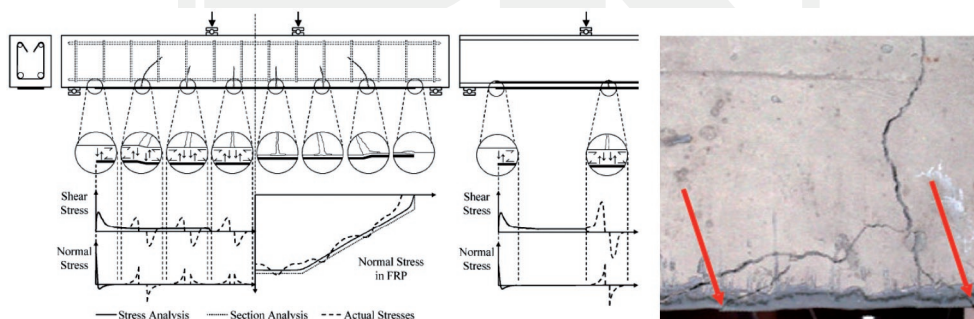
* Dr inż. Arkadiusz Kwiecień, Instytut Mechaniki Budowli, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Krakowska.

1. Wstęp

Zjawisko koncentracji naprężeń występuje w budownictwie w wielu konstrukcjach. Jednym z przykładów koncentracji naprężeń jest punktowy docisk dwóch elementów budowlanych (np. w miejscu pęknięcia lub w miejscu niewłaściwie wykonanej szczeliny dylatacyjnej), które napierając na siebie generują lokalnie duże naprężenia. Zjawisko to jest szczególnie widoczne na nawierzchniach drogowych i lotniskowych oraz tam, gdzie występują okładziny z płyt betonowych. Czynnikiem najczęściej generującym takie uszkodzenia są obciążenia termiczne pochodzące od dobowych i sezonowych zmian temperatury, którym sprzyjają także błędy wykonawcze i technologiczne [1, 2].

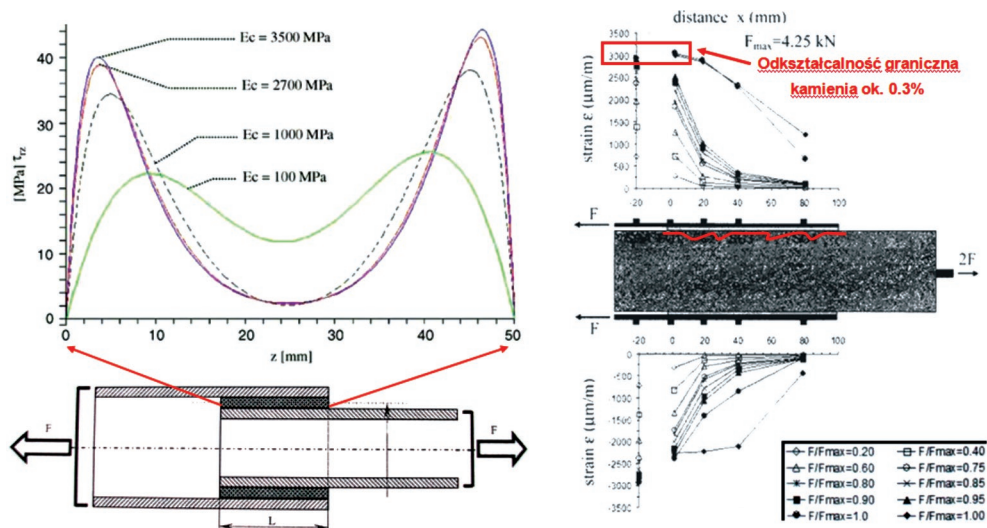
Koncentracje naprężeń występują także przy wzmacnianiu konstrukcji materiałami kompozytowymi FRP mocowanymi na sztywnych warstwach adhezyjnych (żywicach epoksydowych), gdzie zarysowanie (pęknięcie) wzmacnianego elementu generuje wzrost naprężeń w kompozycie FRP (rys. 1). Są to lokalnie występujące strefy oddziaływania karbu, w których siła z jednego elementu jest przekazywana na drugi przez warstwę łączącą (im sztywniejsza, tym większa koncentracja naprężeń). W takich miejscach efekt karbu inicjuje uszkodzenie wzmocnienia lub proces jego delaminacji [3, 4]. Nierównomierny rozkład naprężeń występuje w ścinanych warstwach adhezyjnych łączących dwa elementy konstrukcyjne (wzmocnienia kompozytami FRP, kotwy). W takich warstwach silne koncentracje naprężeń pojawiają się na końcach doklejonego kompozytu lub kotwy i są tym większe, im sztywniejsza jest warstwa adhezyjna [5, 6] (rys. 2). Szczególnie duże naprężenia generowane są w przypadku stosowania sztywnych żywic epoksydowych [5].

Koncentracje naprężeń obserwowane są także na granicy ziaren i matrycy w betonie, co zostało wykazane między innymi w badaniach elastoptycznych. Po zarejestrowaniu zmiennych poziomów odkształceń w materiale pod obciążeniem można obliczyć lokalne zmiany naprężenia. Ich obraz w postaci pików koncentracji naprężeń przedstawiono na rys. 3 za pracą [7]. Piki te powodują powstanie mikropęknięć, gdy naprężenia przekroczą lokalnie wytrzymałość materiału (schematycznie przedstawioną linią prostą na rys. 3).



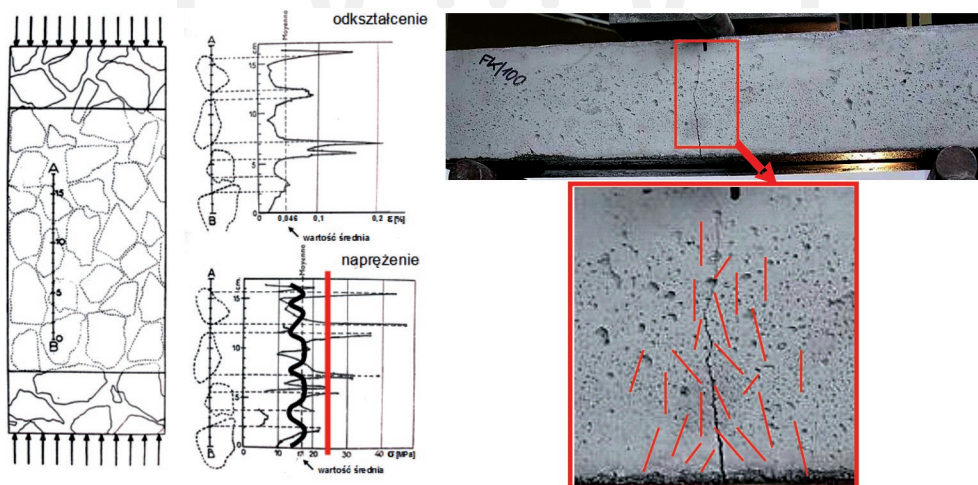
Rys. 1. Krawędzie pęknięć w betonie i lokalne uszkodzenia epoksydowej warstwy adhezyjnej generujące wysoki poziom koncentracji naprężeń (efekt karbu) w kompozycie FRP [3, 4]

Fig. 1. Boundary of concrete cracks and local damages of epoxy adhesive generating high stress concentrations (notch effect) in the FRP composite [3, 4]



Rys. 2. Nierównomierny rozkład naprężeń w ścinanych warstwach adhezyjnych oraz piki koncentracji naprężeń występujące na końcu połączenia [5, 6]

Fig. 2. Uneven stress distribution in shear adhesive layers and peaks of stress concentrations appearing at the ends of joints [5, 6]



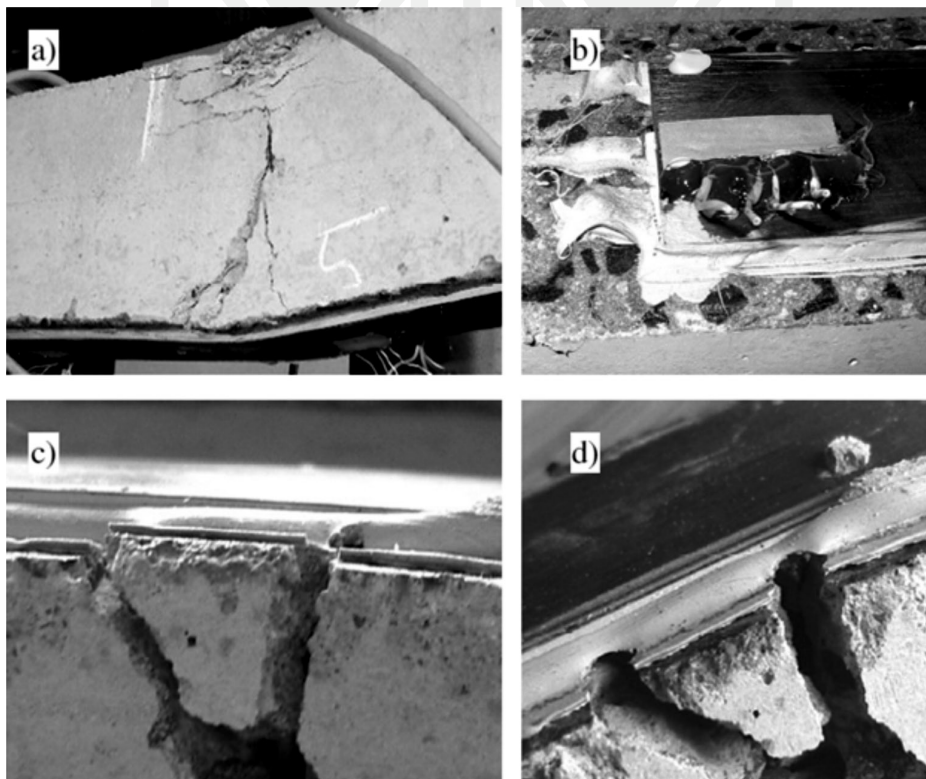
Rys. 3. Koncentracje naprężeń na granicy ziaren w betonie (po lewej) – za [7], schematycznie zaznaczone mikropęknięcia wokół rysy, spowodowane koncentracjami naprężeń (po prawej)

Fig. 3. Stress concentrations at boundaries of particles in concrete (on the left hand side) – after [7], schematically marked micro cracks in the surrounding of a crack, caused by stress concentrations (on the right hand side)

2. Redukcja koncentracji naprężeń przez zastosowanie polimerowych złączy podatnych

W pracy [5] wykazano, że użycie materiałów o większej podatności (o niskim module Young'a < 1000 MPa i dużej odkształcalności > 1 %) do budowy warstw adhezyjnych może powodować zredukowanie koncentracji naprężeń i włączenie do współpracy większej powierzchni skleiny, a to przekłada się na większą energię zniszczenia i korzystniejsze parametry wytrzymałościowe [2, 8]. Takimi materiałami są masy poliuretanowe, stosowane w polimerowych złączach podatnych, które wykorzystywane są do klejenia pękniętych konstrukcji betonowych i murowych [9, 10].

W przypadku stosowania sztywnych warstw adhezyjnych w połączeniach elementów kruchych, piki koncentracji naprężeń przekraczają wartość średnią naprężenia, która jest tożsama z naprężeniem nominalnym (siła przez powierzchnię w konfiguracji początkowej). Gdy ich poziom przekroczy wytrzymałość materiału (prosta linia na rys. 3), dochodzi do powstania mikropęknięć, które aktywują nieliniowe zachowanie materiału kruchego (redukcją przekrój efektywny [11]), prowadząc w końcowej fazie do lawinowego łączenia się mikropęknięć i powstania pęknięcia głównego (rys. 3).



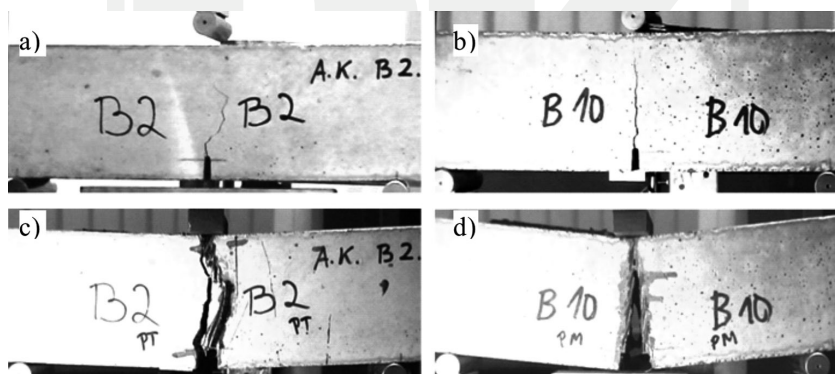
Rys. 4. Polimerowa warstwa adhezyjna zabezpieczająca taśmę CFRP przed efektem karbu [4]

Fig. 4. Polymer adhesive layer protecting a CFRP laminate against the notch effect [4]

Sklejenie pęknięcia polimerem podatnym prowadzi do zredukowania pików koncentracji naprężeń (ich wygładzenie pokazano schematycznie na rys. 3 pofalowaną linią) i stąd do obniżenia wartości naprężenia maksymalnego w przekroju pracującego elementu, co przekłada się na zwiększenie nośności naprawionego elementu [2, 11]. Podatność mas polimerowych i ich nieliniowa charakterystyka w zakresie dużych odkształceń powoduje, że niwelowane są piki koncentracji naprężeń na drodze redystrybucji naprężeń. Zjawisko to jest szczególnie widoczne w miejscu wystąpienia pęknięć z dużymi deformacjami, (w elementach konstrukcyjnych wzmocnionych taśmami CFRP klejonymi na polimerowych warstwach adhezyjnych), gdzie wpływ efektu karbu jest skutecznie niwelowany przez podatną warstwę adhezyjną [4], zabezpieczając wrażliwą taśmę kompozytową przed zniszczeniem (rys. 4). Takie właściwości polimerowych warstw adhezyjnych i duża ich odkształcalność pozwalają na włączenie do współpracy całej klejonej powierzchni (rys. 2 i 4b) i tym samym przeniesienie znacznych obciążeń, nawet gdy element konstrukcyjny jest silnie uszkodzony [12].

3. Obraz pracy polimerowego złącza podatnego w analizie numerycznej

Wykonane przez autora badanie niszczące belki betonowej w próbie trójpunktowego zginania umożliwiło przeanalizowanie wpływu polimerowej warstwy adhezyjnej na stopień wyczerpania betonu i jego rozkład wokół skleiny. Rozciąganie włókien dolnych w zginanej belce betonowej prowadzi do powstania pików koncentracji naprężeń rozciągających, które wzrastając wraz z deformacją belki osiągają wartość krytyczną, inicjująca powstawanie mikropęknięć w betonie. Osiągnięcie przez beton granicznych odkształceń uruchamia lawinowy proces niszczenia struktury i jego propagację (por. rys. 3), opisaną modelem Mazars'a [13]. Model zniszczenia Mazars'a zakłada liniowo-sprężyste zachowanie się materiału kruche przed uruchomieniem procesu zniszczenia.

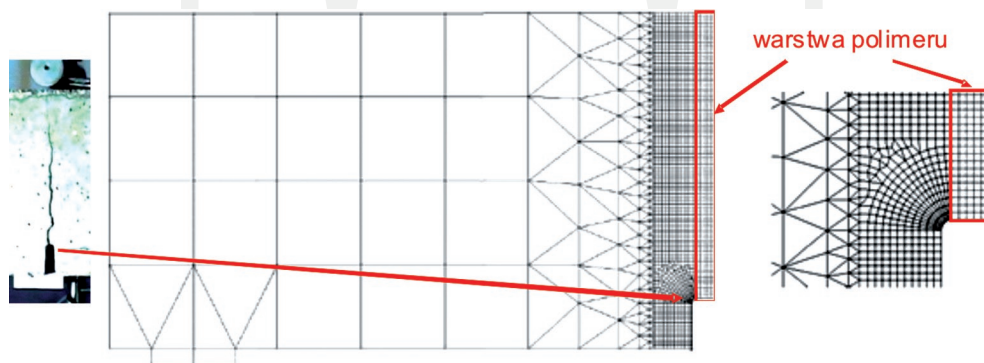


Rys. 5. Belki betonowe z karbem (B2 i B10) w teście trójpunktowego zginania – badania własne: po zniszczeniu pierwotnym betonu – (a), (b) oraz po zniszczeniu wtórnym belki naprawionej dwoma rodzajami masy klejącej: polimerem PT o $E = 800$ MPa (c) i polimerem PM o $E = 4,4$ MPa (d)

Fig. 5. Concrete beams with a notch in the three point bending test – own experiments: after primary damage of concrete – (a), (b) and after secondary damage of the beams repaired by two kinds of bonding mass: polymer PT with $E = 800$ MPa (c) and polymer PM with $E = 4.4$ MPa (d)

Model ten został zastosowany do opisu zachowania belek z betonu keramzytowego, testowanych do zniszczenia w procesie trójpunktowego zginania (rys. 5). Przyjęty model był testowany wcześniej z powodzeniem w pracy [14], z wykorzystaniem danych eksperymentalnych zamieszczonych w pracy [15]. Prawidłowo zdefiniowany i sprawdzony model został zastosowany w pracy [14] do opisu zachowania betonu w przeprowadzonym eksperymencie z polimerowymi złączami podatnymi. Dobór parametrów modelu został wykonany dla belki z betonu keramzytowego o wymiarach $500 \times 100 \times 100$ mm, z nacięciem w środku rozpiętości w celu uniknięcia przypadkowej lokalizacji uszkodzenia (rys. 5). Podstawą doboru parametrów był otrzymany wykres siła–przemieszczenie (rozpiętość podpór wynosiła 300 mm), zarejestrowany przy stałej prędkości przemieszczenia. Prawidłowo dobrany model pracy betonu pozwolił na zobrazowanie w sposób pośredni zmian rozkładu koncentracji naprężeń; w belce przed pierwotnym zniszczeniem i po sklejeniu polimerami. Polegał on na wyznaczeniu map wyężenia betonu skorelowanych z intensywnością parametru uszkodzenia modelu Mazars'a [14].

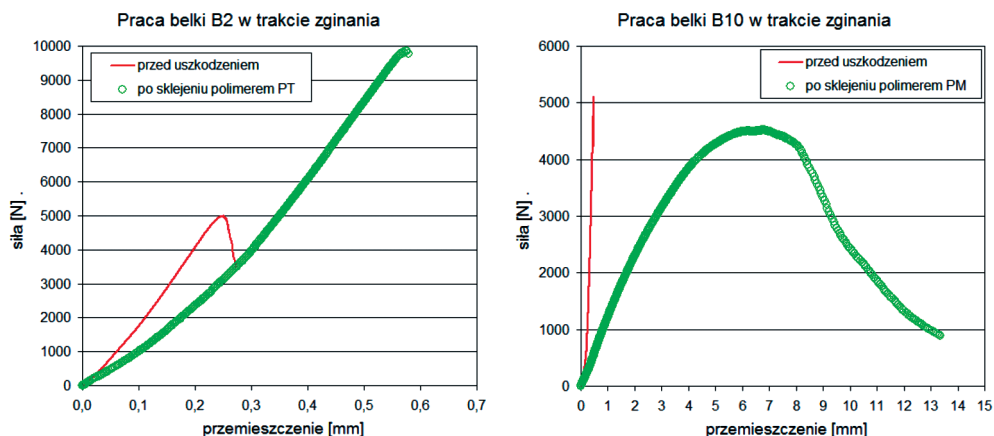
Dopasowanie modelu numerycznego do danych eksperymentalnych wykonano przy użyciu programu Aster-Code bazującego na Metodzie Elementów Skończonych i na Salome-Platform (postprocessing). Siatkę MES modelu belki betonowej przed zniszczeniem (symetryczna połówka) wraz z dołożoną warstwą polimeru przedstawiono na rys. 6 [14]. Model pracy liniowo-sprężysty był założony taki sam dla betonu i polimeru, co obarczone było niewielkim błędem (akceptowalnym) z uwagi na charakterystyki krzywych eksperymentalnych siła–przemieszczenie. Zostały one zaprezentowane na rys. 7 dla belek przed i po sklejeniu polimerami o różnej sztywności i odkształcalności granicznej (PT: $E = 800$ MPa i $\epsilon = 10\%$, PM: $E = 4,4$ MPa i $\epsilon = 120\%$).



Rys. 6. Siatka modelu MES dla połówki belki betonowej z warstwą polimeru [14]

Fig. 6. FEM model mesh of the half beam with polymer layer [14]

W miarę dobre dopasowanie modelu numerycznego do danych eksperymentalnych uzyskano poniżej poziomu siły równego 1500 N, stąd w tym zakresie była prowadzona analiza. Dla zadanej maksymalnej analizowanej deformacji modelu (rys. 8a) otrzymano rozkłady map wyężeń w betonie dla belki dziewiczej przed uszkodzeniem (rys. 8b – bez zaznaczonej warstwy polimeru) oraz po sklejeniu polimerami PT (rys. 8c) i PM (rys. 8d). Duża gęstość siatki modelu w analizowanej strefie pozwoliła na dokładne pokazanie zmian intensywności wyężeń w betonie i w polimerze. Kolorem czerwonym oznaczone są wyężenia o największej intensywności, a niebieskim o najmniejszej. Mapy wyężeń wokół karbu dla dwóch poziomów działającej siły: 900 N i 1500 N pokazano na rys. 9.



Rys. 7. Krzywe eksperymentalne siła-przemieszczenie otrzymane przy zginaniu belek B2 i B10, przed uszkodzeniem i po sklejeniu polimerami PT i PM (o różnej sztywności)

Fig. 7. Experimental force-displacement curves obtained during bending of beams B2 and B10, before damage and after bonding using of polymers PT and PM (of various stiffness)

Niszczące naprężenie rozciągające w betonie belki dziewiczej na poziomie karbu, obliczone ze wzoru (1) dla maksymalnej siły 5000 N (rys. 7) wyniosło 3,11 MPa, natomiast naprężenie rozciągające dla analizowanego w modelu poziomu siły 1500 N wyniosło 1,04 MPa.

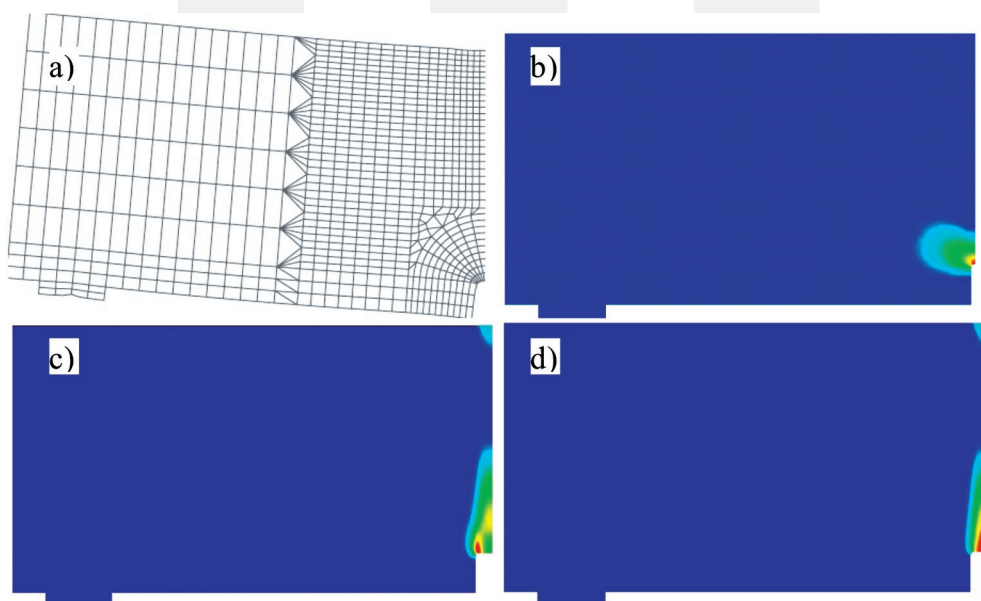
$$\sigma_i^{\max} = 1,5 \cdot \frac{P \cdot L}{b \cdot h^2} = \frac{5000 \cdot 300}{100 \cdot 85^2} = 3,11 \text{ [MPa]} \quad (1)$$

$$\sigma_i = 1,5 \cdot \frac{P \cdot L}{b \cdot h^2} = \frac{1500 \cdot 300}{100 \cdot 85^2} = 1,04 \text{ [MPa]}$$

W modelu numerycznym do obliczeń przyjęto moduły Younga betonu 2180 MPa oraz początkowe moduły Younga polimeru PT – 800 MPa i polimeru PM – 4,4 MPa, natomiast liczby Poisson’a przyjęto $\nu = 0,17$ dla betonu i $\nu = 0,495$ dla obu polimerów. Wytrzymałości na rozciąganie wynoszą: dla betonu 3 MPa, dla polimeru PT 18 MPa i dla polimeru PM 1,4 MPa, a odkształcenia graniczne 0,006%, 10% i 120%, odpowiednio.

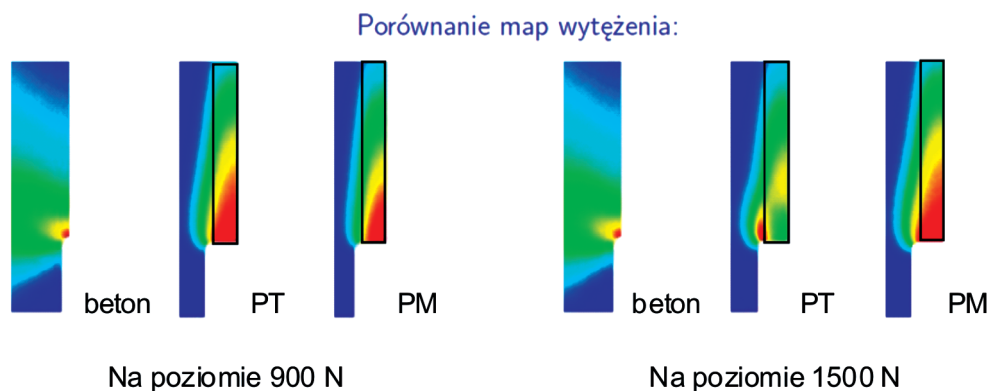
Analizując mapy wyteżeń na rys. 9, można zauważyć, że w przypadku materiału o stosunkowo dużej sztywności (beton), koncentracja naprężeń zlokalizowana jest praktycznie w jednym punkcie. Oznacza to, że obciążenia przenoszone są głównie przez niewielką powierzchnię, co generuje lokalnie duży poziom naprężeń (por. rys. 1). Wprowadzenie z kolei w połączenie materiału o mniejszej sztywności powoduje redystrybucję naprężeń na większą powierzchnię, prowadząc do obniżenia ich wartości.

Porównanie map wyteżeń złącza polimerowego PT dla różnych poziomów obciążenia (rys. 9) pokazuje, że przy sile 900 N złącze polimerowe wykazuje większe wyteżenie niż sąsiadujący beton. Przy poziomie siły 1500 N dochodzi do redystrybucji naprężeń z uwagi na większą wytrzymałość polimeru na rozciąganie i rozpoczęcia procesu niszczenia osłabionej uprzednio mikropęknięciami struktury betonu w otoczeniu złącza (por. rys. 5c).



Rys. 8. Deformacja siatki MES modelu (a) oraz mapy rozkładu wyteżenia materiału przy sile 1500 N: w betonie dla belki dziewiczej przed uszkodzeniem (b), w polimerze i w betonie po sklejeniu polimerem PT (c) i polimerem PM (d) [14]

Fig. 8. Deformation of the FEM model mesh (a) and maps of material effort distribution (force of 1500 N): in concrete for the virgin beam before damage (b), in polymer and in concrete after bonding with polymer PT (c) and with polymer PM (d) [14]



Rys. 9. Rozkład wyężenia materiału w przekroju przez beton i polimer w otoczeniu karbu, przy dwóch poziomach obciążenia belek (900 N i 1500 N) [14]

Fig. 9. Distribution of material effort in cross-section through concrete and polymer in surrounding of the notch, at two levels of the beams loading (900 N i 1500 N) [14]

Korzyścią wynikającą z redystrybucji piku koncentracji naprężeń jest przeniesienie przez naprawioną konstrukcję większego obciążenia (rys. 7) niż konstrukcja dziewicza wykonana z materiału kruchego (beton, cegła). Taki rodzaj pracy złącza naprawczego jest zgodny z I podejściem Metody Złączy Podatnych, w którym zakłada się, że polimer posiada większą wytrzymałość na rozciąganie od klejonych elementów, a dzięki swojej podatności redukuje piki koncentracji naprężeń, prowadząc do zwiększenia nośności konstrukcji [2].

W przypadku złącza PM stosowane jest II podejście Metody Złączy Podatnych, w którym zakłada się [2], że polimer posiada mniejszą wytrzymałość od klejonych elementów (rys. 7). Dzięki temu w stanie granicznym nośności nie spowoduje uszkodzenia w konstrukcji dziewiczej, lecz zniszczenie wystąpi w polimerze o charakterze kohezyjnym (rys. 5d) lub na styku polimeru i materiału naprawianego o charakterze adhezyjnym (istotne szczególnie w naprawie obiektów zabytkowych). Podatność polimeru PM także powoduje redukcję pików koncentracji naprężeń i włączenie do współpracy większej powierzchni połączenia.

4. Model materiału hipersprężystego zastosowany do opisu złączy podatnych

Powszechnie dąży się do stworzenia modelu o jak najprostszej formie, oddającego poprawnie związki konstytutywne rządzące badanym materiałem i niewymagającego zastosowania skomplikowanych operacji analitycznych do jego wyznaczenia. Coraz częściej stosowane są modele nieliniowe, jak to ma miejsce w opisie materiałów hipersprężystych. W klasie takich materiałów mieszczą się także polimery, wykorzystywane do budowy polimerowych złączy podatnych.

Powszechnie znane prawo Hooke'a, w postaci przedstawionej równaniem (2), jest izotropową i hipersprężystą relacją dla nieskończenie małych deformacji (opisującą poprawnie dane eksperymentalne wielu materiałów inżynierskich), opisanych dwoma stałymi Lamé'go Λ i G , które mogą być wyrażone przez moduł Young'a E i liczbę Poisson'a ν (3). Stała G

jest wartością modułu odkształcenia postaciowego. Gdy jednak deformacja wykracza poza zakres nieskończenie małych deformacji (jak ma to miejsce w przypadku polimerów), trudno jest wyznaczyć postać funkcji energii odkształcenia dla rzeczywistego materiału przez dopasowanie danych eksperymentalnych [16]. Posługiwanie się stałymi Lamé'go Λ i G jest wygodne, stąd opracowana została teoria potrafiąca odpowiednio aproksymować zachowanie sprężyste rzeczywistych materiałów inżynierskich w dogodnym zakresie dużych deformacji. Zastępuje ona w równaniu (2) tensor naprężenia Cauchy'ego $\boldsymbol{\sigma}$ i tensor odkształcenia nominalnego (inżynierskiego) $\boldsymbol{\epsilon}$ tensorem naprężenia w ogólnej postaci $\mathbf{T}^{(m)}$ i tensorem odkształcenia w ogólnej postaci $\mathbf{E}^{(m)}$, tworząc równanie (4), gdzie m jest liczbą całkowitą, $tr(\mathbf{E}^{(m)})$ jest śladem tensora $\mathbf{E}^{(m)}$, a \mathbf{I} jest macierzą jednostkową.

Relacja (4) jest hipersprężysta jedynie wtedy, gdy pary naprężenie–odkształcenie [$\mathbf{T}^{(m)}$, $\mathbf{E}^{(m)}$] są energetycznie sprzężone i spełniają warunki opisane w pracy [16]. Do opisu zachowania polimeru można posłużyć się różnymi miarami deformacji Seth-Hill'a w konfiguracji początkowej, wyrażonymi w postaci ogólnej formułą (5), gdzie \mathbf{U} jest prawym tensorem rozciągnięcia. Sprężone energetycznie pary naprężenie–odkształcenie (6) omówiono szerzej w pracy [17].

$$\boldsymbol{\sigma} = 2G\boldsymbol{\mu} + \Lambda tr(\boldsymbol{\mu})\mathbf{I} \quad (2)$$

$$\Lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3)$$

$$\mathbf{T}^{(m)} = 2G\mathbf{E}^{(m)} + \Lambda tr(\mathbf{E}^{(m)})\mathbf{I} \quad (4)$$

$$\mathbf{E}^{(m)} = \frac{1}{m}(\mathbf{U}^{(m)} - \mathbf{I}) \quad \langle \text{dla } m \neq 0 \rangle; \quad \text{gdzie } \mathbf{E}^{(0)} = \ln \mathbf{U} \quad \langle \text{dla } m = 0 \rangle; \quad (5)$$

$$[\mathbf{T}^{(2)}, \mathbf{E}^{(2)}] \quad [\mathbf{T}^{(1)}, \mathbf{E}^{(1)}] \quad [\mathbf{T}^{(0)}, \mathbf{E}^{(0)}] \quad (6)$$

Dopasowanie odpowiedniej miary deformacji do wyników badań eksperymentalnych materiału jest aspektem kluczowym w opisie konstytutywnym. Nie wszystkie sprzężone energetycznie pary naprężenie–odkształcenie prowadzą do prostego opisu badanego polimeru. Zagadnienie to w odniesieniu do polimeru PM zostało zbadane w próbie jednoosiowego rozciągania polimeru (wg normy PN-EN ISO 527:1998) na maszynie wytrzymałościowej Zwick 1455 – 20 kN wyposażonej w ekstensometr długodrogowy. Polimer rozciągany był ze stałą prędkością przemieszczenia 50 mm/min. Z badań uzyskano nieliniową zależność σ_N - ϵ_N . Naprężenia nominalne σ_N i odkształcenia inżynierskie ϵ_N definiowane są następująco: $\sigma_N = P/A_0$ (gdzie P – siła obciążająca, A_0 – powierzchnia przekroju w konfiguracji początkowej) i $\epsilon_N = \epsilon = \Delta L/L_0$ (gdzie ΔL – wydłużenie, $L = 50$ mm – początkowa długość). W opisie hipersprężystym polimerów wygodnie jest się posługiwać rozciągnięciem λ definiowanym równaniem (7).

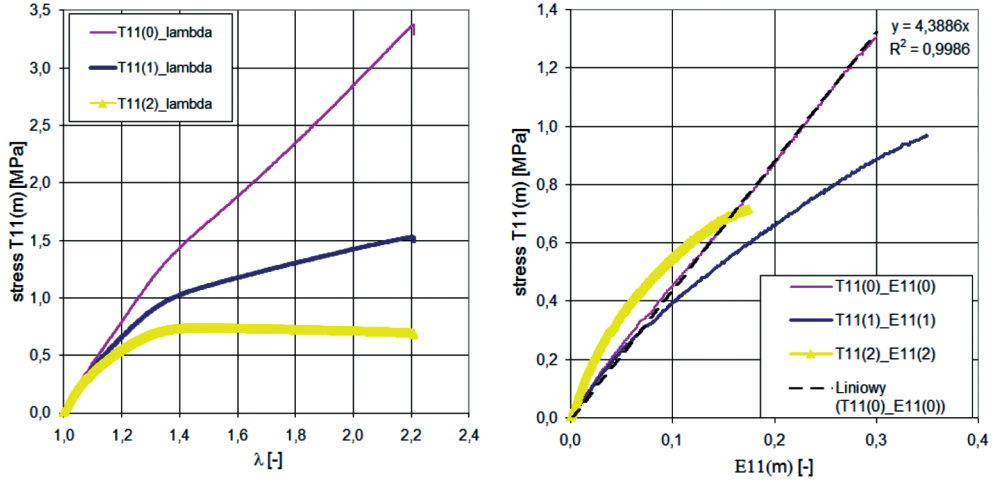
$$\lambda_1 = \frac{L + \Delta L}{L} = 1 + \epsilon \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
 E_{11}^{(2)} &= \frac{\lambda_1^2 - 1}{2} \quad (\text{dla } m = 2); \\
 E_{11}^{(1)} &= \lambda_1 - 1 \quad (\text{dla } m = 1); \\
 E_{11}^{(0)} &= \ln \lambda_1 \quad (\text{dla } m = 0);
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
 T_{11}^{(0)} &= \lambda_1^{2\nu} T_{11}^{(2)} = \lambda_1 T_{11}^{(1)} = \lambda_1^{2\nu} \frac{P}{A_0} \\
 T_{11}^{(1)} &= \frac{\lambda_1^{2\nu}}{\lambda_1} \frac{P}{A_0} \\
 T_{11}^{(2)} &= \frac{\lambda_1^{2\nu}}{\lambda_1^2} \frac{P}{A_0}
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

Sprężone energetycznie pary naprężenie-odkształcenie dla testu jednoosiowego rozciągania zostały wyprowadzone w pracy [17], a ich elementy: odkształcenie i naprężenie w funkcji rozciągnięcia głównego λ_1 przedstawiono odpowiednio równaniami (8) i (9). Miary odkształcenia wyrażone równaniem (8) są reprezentowane przez odkształcenie Green'a-Lagrange'a $E_{11}^{(2)}$, odkształcenie nominalne Cauchy'ego (Biota) $E_{11}^{(1)}$ i odkształcenie Hencky'ego $E_{11}^{(0)}$. Składowe tensorów naprężenia wyrażone równaniem (9), sprężone z nimi energetycznie dla jednoosiowego rozciągania, są reprezentowane przez naprężenie Piola-Kirchoff'a II rodzaju $T_{11}^{(2)}$, naprężenie Biota $T_{11}^{(1)}$ i naprężenie Hencky'ego $T_{11}^{(0)}$. Badany polimer PM przyjmuje się jako praktycznie nieściśliwy, stąd do wzorów (9) dla tego polimeru podstawiono wartość $\nu = 0,495$. Naprężenia te są powiązane z naprężeniem nominalnym. Dla porównania, wykresy wartości naprężeń (9) w funkcji rozciągnięcia λ_1 , obliczone dla polimeru PM, przedstawiono na rys. 10. Widać na nim, że wszystkie trzy porównywane naprężenia przyjmują zbliżone wartości dla małych deformacji ($\lambda_1 < 1,05$), natomiast różnią się w sposób istotny przy większych deformacjach.

W celu porównania, która sprężona energetycznie para naprężenie-odkształcenie odpowiada liniowej zależności dla polimeru PM, przeprowadzono obliczenia naprężeń i odkształceń w oparciu o wzory (8) i (9), a następnie wykreślono otrzymane zależności funkcyjne $T_{11}^{(m)}-E_{11}^{(m)}$ na wykresie (rys. 10). Można zauważyć, że jedynie para $T_{11}^{(0)}-E_{11}^{(0)}$, odpowiadająca logarytmicznej mierze Hencky'ego (10), daje liniowy opis zależności naprężenie-odkształcenie pozwalający aproksymować zachowanie sprężyste polimeru PM w zakresie dużych deformacji, który odpowiada pracy złącza podatnego. Zakres ten wyrażony rozciągnięciem zawiera się w granicach $\lambda = 0,65-1,35$. Pozostałe pary $T_{11}^{(m)}-E_{11}^{(m)}$ nie odpowiadają liniowemu modelowi konstytutywnemu zachowania polimeru.



Rys. 10. Funkcje $T_{11}(\lambda)$ różnych tensorów naprężenia dla jednoosiowego rozciągania polimeru PM (po lewej) oraz charakterystyki funkcyjne par sprzężonych energetycznie $T_{11}^{(m)}-E_{11}^{(m)}$ (po prawej)

Fig. 10. Function $T_{11}(\lambda)$ of various stress tensors for uniaxial tension of polymer PM (on the left hand side) and function characteristics of the work conjugate pairs $T_{11}^{(m)}-E_{11}^{(m)}$ (on the right hand side)

Zastosowanie miary deformacji Hencky'ego pozwala na posługiwanie się początkowym modułem Young'a polimeru $E = E_0$, jako stałą, charakterystyczną dla danego modelu polimeru. Parametr ten może być łatwo określony w teście jednoosiowego rozciągania. Wyznaczony dla polimeru PM moduł $E = 4,39$ MPa (przy użyciu funkcji regresji liniowej – rys. 10) pozwala na obliczenie naprężenia nominalnego na podstawie wzoru (11). Korzystając z zależności (12) oraz związku (13) pomiędzy tensorem Pioli-Kirchoffa II rodzaju $\mathbf{T}^{(2)}$ i tensorem naprężeń Cauchy'ego $\boldsymbol{\sigma}$ [17] (gdzie \mathbf{F} jest gradientem deformacji, $J = 1$ dla materiału nieściśliwego) otrzymujemy po przekształceniach wzór (14), wyrażający naprężenie rzeczywiste w polimerze podczas jednoosiowego rozciągania i jest identyczny z postacią (10).

$$T_{11}^{(0)} = E \cdot E_{11}^{(0)} = E \ln(\lambda_1) \quad (10)$$

$$\sigma_N = \frac{P}{A_0} = E \frac{\ln(\lambda_1)}{\lambda_1^{2\nu}} \quad (11)$$

$$\frac{P}{A_0} = \frac{T_{11}^{(0)}}{\lambda_1^{2\nu}} = \frac{\lambda_1 T_{11}^{(1)}}{\lambda_1^{2\nu}} = \frac{\lambda_1^2 T_{11}^{(2)}}{\lambda_1^{2\nu}} \quad (12)$$

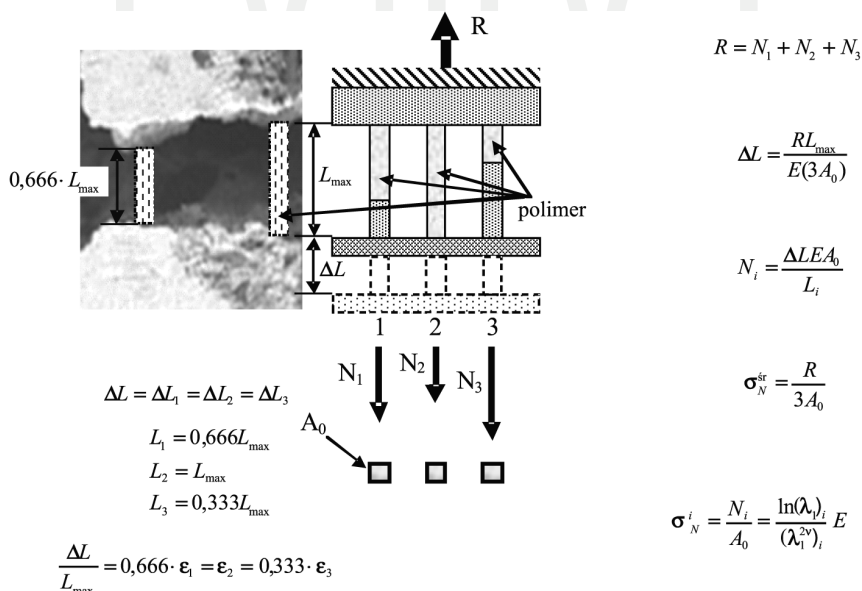
$$\boldsymbol{\sigma} = J^{-1} \mathbf{F} \mathbf{T}^{(2)} \mathbf{F}^T \quad (13)$$

$$\sigma_{11} = \frac{P}{A_0} \lambda_1^{2\nu} = E \ln(\lambda_1) \quad (14)$$

5. Nieliniowa charakterystyka polimeru źródłem redystrybucji naprężeń

W pękniętych konstrukcjach murowych i betonowych, naprawianych polimerowym złączem podatnym, stosuje się iniekcję dwuskładnikową masą polimerową wypełniającą przestrzenie w pęknięciu. Po usieciowaniu polimeru złącze podatne włącza się do współpracy z rozdzielonymi pęknięciem elementami konstrukcyjnymi, gdy dochodzi do wzajemnego przemieszczenia tych elementów, wywołującego odkształcenie polimeru. Grubość warstwy polimerowej wypełniającej pęknięcie jest zwykle zmienna [10, 18], co przy równomiernym wzajemnym przemieszczeniu krawędzi sklejonego pęknięcia wywołuje różne wielkości odkształcenia polimeru. Nieliniowa charakterystyka polimeru pracującego w złączu podatnym, powoduje redystrybucję naprężeń w polimerze.

Wspomniane zjawisko zostało przedstawione na przykładzie pracy złącza podatnego, utworzonego pomiędzy dwoma elementami betonowymi rozdzielonymi pęknięciem. Na potrzeby przykładu posłużono się uproszczonym modelem prętowym o elementach rozciąganych osiowo, który schematycznie pokazano na rys. 11. Założono w nim, że warstwa polimeru o zmiennej grubości podzielona jest na szereg równoległych elementów prętowych wykonanych z polimeru, łączących dwie powierzchnie betonowe ze sobą. Pręty te nie są ze sobą połączone żadnymi więzami i pracują w stanie jednoosiowego rozciągania. W schemacie pokazanym na rys. 11 zamodelowano trzy pręty polimerowe o różnych długościach, z których najdłuższy odpowiada największej grubości złącza. Zakłada się, że pręty polimerowe są połączone ze sztywną podstawą, która przesuwa się o wielkość ΔL .



Rys. 11. Schemat rozciąganego złącza polimerowego utworzonego w pęknięciu pomiędzy elementami betonowymi wraz z zależnościami fizycznymi przedstawionymi wzorami

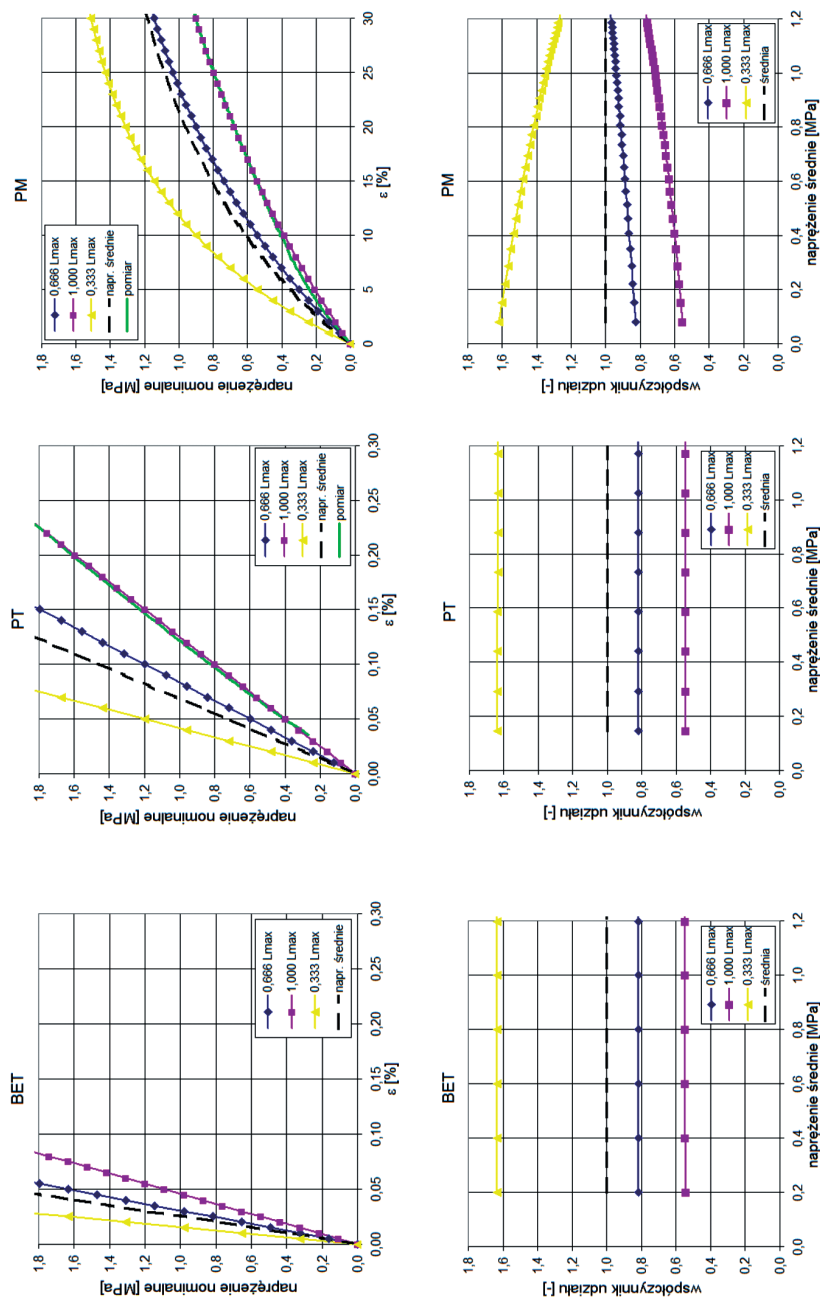
Fig. 11. Scheme of the tensioning polymer joint constructed between concrete elements in a crack with the physical relations presented by equations

Powstałe pod jego wpływem odkształcenia inżynierskie ϵ_i prętów polimerowych o różnych długościach L_i (polimeru o znanym module Young'a E) generują powstanie różnych wielkości naprężenia nominalnego σ_N^i w poszczególnych prętach. Naprężenie średnie działające na rozważany wycinek konstrukcji ze złączem polimerowym można wyliczyć z reakcji R , równej sumie sił N_i działających w każdym przecię. W modelu tym, naprężenie nominalne w polimerze związane jest z odkształceniem inżynierskim równaniami (7) i (11).

Do porównań przyjęto dwa polimery: PT o module Young'a $E = 800$ MPa i PM o module Young'a $E = 4,45$ MPa. Ich charakterystyki otrzymane z jednoosiowego rozciągania (w wybranym zakresie odkształceń inżynierskich) przedstawiono na rys. 12b i 12c jako „pomiar”. Dopasowanie modelu pręta polimerowego o długości L_{\max} do danych pomiarowych, opisane go związkem (11), jest bardzo dobre dla obu polimerów w wybranym zakresie odkształceń, co potwierdzają krzywe naprężenia dla „1,000 L_{\max} ” na rys. 12b i 12c. Na rysunkach tych zamieszczono także krzywe naprężeń dla „0,666 L_{\max} ” i „0,333 L_{\max} ” oraz wyliczone na ich podstawie wartości średnie naprężenia (odpowiadające wielkości σ_N^{sr} – rys. 11), zaprezentowane na wykresach liniami przerywanymi (rys. 12b i 12c). Ponadto, przyjęto do analizy porównawczej model pręta wykonanego z betonu keramzytowego, o parametrach przedstawionych w rozdziale 3. Parametry te podstawione do wzoru (11) pozwoliły na wyznaczenie krzywych naprężenia dla trzech długości prętów (rys. 11) i odpowiadające im wartości średnie (linia przerywana na rys. 12a).

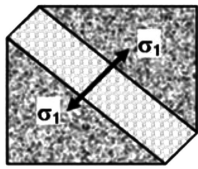
Dodatkowe przyjęcie do analizy modelu betonu obrazuje zachowanie złącza w przypadku dokonania naprawy pęknięcia przez iniekcję cementową lub uwidacznia stan naprężenia w naprawionym elemencie betonowym.

Złącze podatne tworzy połączenie równoległe, w którym naprężenie nominalne (średnie) występujące w polimerze i w sklejaney konstrukcji jest takie samo, natomiast różne są odkształcenia, wynikające z charakterystyki pracy połączonych materiałów [19] (rys. 13). Zależność ta została wykorzystana do analizy modelu pokazanego na rys. 11, dla którego przyjęto, że trzy pręty o różnej długości wykonane są z betonu (BET), polimeru PT oraz polimeru PM. Założono, że złącze polimerowe (wykonane z polimeru PM) odkształciło się o $\epsilon = \epsilon_2 = 13\%$ (odkształcenie inżynierskie), generując w polimerze naprężenie nominalne (średnie) wynoszące $\sigma_N^{\text{sr}} = 0,73$ MPa (linia kropkowana na rys. 12c), obliczone zgodnie ze wzorem (11). Ta sama wartość naprężenia średniego występuje w betonie (iniekcji cementowej wypełniającej pęknięcie) oraz w polimerze PT (gdy zastosowano go w skleinie) – przeniesienie wartości naprężenia na rys. 12a i 12b, którym odpowiada odkształcenie betonu $\epsilon = 0,019\%$ i polimeru PT $\epsilon = 0,05\%$.

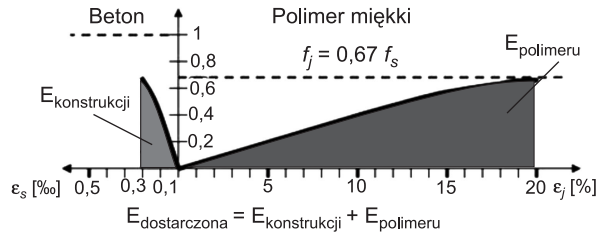


Rys. 12. Wykresy naprężeń dla betonu i polimerów na podstawie wzoru (11) – (a), (b) i (c) oraz współczynniki udziału z wzoru (15) – (d), (e) i (f)

Fig. 12. Stress diagrams of concrete and polymers calculated from equation (11) – (a), (b) i (c) and share factors from equation (15) – (d), (e) i (f)



$$\sigma_1 = 0,67 f_s = f_j$$



Rys. 13. Schemat poglądowy równoległej pracy polimeru i betonu w złączu podatnym [19]

Fig. 13. Pictorial scheme of the parallel work of polymer and concrete in the flexible joint [19]

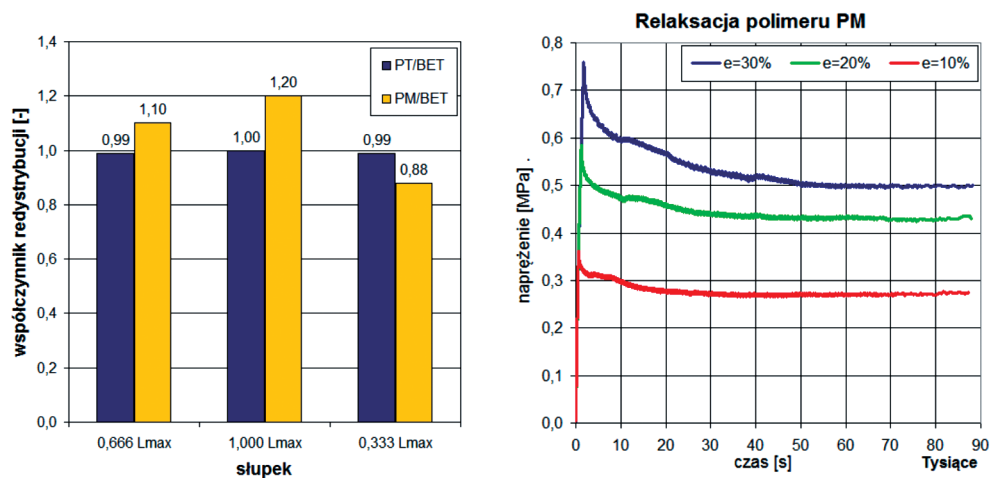
$$\chi = \frac{\sigma_N^j}{\sigma_N^{sr}} \quad (15)$$

$$\psi = \frac{\sigma_{(PT \vee PM)}^i}{\sigma_{BET}^i} \quad (16)$$

Krzywe naprężenie–odkształcenie (rys. 12a, 12b i 12c) dla różnych długości prętów (1, 2 i 3 – rys. 11) pokazują, że przy tym samym naprężeniu średnim występują koncentracje naprężeń o różnej intensywności (największe dla pręta najsilniej odkształconego), szczególnie wysokie przy liniowej charakterystyce materiału (BET, PT). Ich wpływ na wielkość wartości średniej naprężenia można wyrazić współczynnikiem udziału (15), wyrażającym stosunek wartości szczytowej piku naprężenia do wartości średniej. Jego wartość dla słupków wykonanych z betonu i polimeru PT w analizowanym przypadku jest praktycznie stała w rozważanym zakresie naprężenia średniego (rys. 12d i 12e) i jest charakterystyczna dla materiałów o stosunkowo wysokim module Young’a. Zastosowanie w złączu podatnym polimeru PM o charakterystyce nieliniowej prowadzi do redystrybucji naprężeń i zmiany współczynnika udziału ze wzrostem naprężenia średniego (rys. 12f). Proces ten, charakterystyczny dla materiałów o stosunkowo niskim module Young’a, powoduje wyrównywanie dysproporcji w wartościach pików naprężenia, zmierzając do wartości średniej naprężenia i uzyskania jednakowego naprężenia we wszystkich słupkach analizowanego przykładu. Jest to szczególnie korzystne zjawisko w przypadku klejenia materiałów kruchych, gdyż zastosowany w złączu polimer podatny opóźnia powstawanie mikropęknięć w łączonych elementach, podnosząc jego globalną nośność (rys. 3).

W analizowanym przykładzie, można policzyć także współczynnik redystrybucji naprężeń (16) w złączu podatnym, który wyraża stosunek naprężenia w analizowanym słupku polimerowym (PT lub PM) do naprężenia w słupku betonowym (BET) o tej samej długości, przy zadanym naprężeniu średnim. Przedstawione na rys. 14 wartości tego współczynnika informują, że zastosowanie w złączu polimeru PT prawie nie zmienia pików koncentracji naprężenia przy $\sigma_N^{sr} = 0,73$ MPa, natomiast użycie polimeru PM zmienia ich wartości w zakresie 10–20%. Przykładowo dla polimeru PM, redukcja pików naprężenia przekraczających wartość średnią naprężenia $\sigma_N^{sr} = 0,73$ MPa i ich redystrybucja na elementy o naprężeniu niższym od średniej jest następująca: naprężenie w najkrótszym pręcie „0,333 L_{max} ” redukuje się o 12% kosztem zwiększenia naprężeń w pręcie „0,666 L_{max} ” o 10% i w pręcie „1,000 L_{max} ” o 20% (rys. 14 po lewej).

Dodatkowym czynnikiem prowadzącym do redukcji pików koncentracji naprężeń w czasie jest zjawisko relaksacji w polimerze. Skala tego zjawiska jest zależna od poziomu początkowych odkształceń w polimerze (im większe odkształcenie początkowe, tym większy stopień redukcji naprężenia) – rys. 14 po prawej. Stopień redukcji wynosi tu 22%, 27% i 35% dla odkształcenia początkowego 10%, 20% i 30%, odpowiednio.



Rys. 14. Współczynnik redystrybucji naprężeń dla analizowanego przykładu (po lewej) oraz redukcja naprężeń w polimerze PM w wyniku zjawiska relaksacji (po prawej)

Fig. 14. Stress redistribution ratio for the analyzed example (on the left hand side) and stress reduction in polymer PM caused by the relaxation phenomenon (on the right hand side)

6. Wnioski

Oddziaływanie pików koncentracji naprężeń na strukturę materiałów kruchych (takich jak beton czy cegła) jest powodem powstawania mikropęknięć, które powodują obniżenie wytrzymałości konstrukcji. Gdy pęknięcie rozdzieli element konstrukcyjny, to najczęściej stosuje się naprawę pęknięcia przy użyciu materiałów o dużej sztywności (zaprawy epoksydowe lub cementowe). Materiały te przenoszą piki koncentracji naprężeń (o dużej intensywności względnej w stosunku do wartości średniej naprężenia) na materiał konstrukcyjny bez żadnej redukcji, co powoduje obniżenie jego wytrzymałości (traktowanej jako graniczne naprężenie średnie, jakie materiał jest zdolny przenieść).

Zastosowanie polimerowego złącza podatnego, jako elementu spajającego pękniętą konstrukcję, prowadzi do redukcji pików koncentracji naprężeń, a tym samym do podniesienia nośności sklejoną konstrukcji w stosunku do elementu pierwotnego. Zostało to wykazane w liniowej analizie numerycznej zginanej belki betonowej przebadanej eksperymentalnie, połączonej w miejscu pęknięcia dwoma rodzajami złącza podatnego. W niniejszej pracy został także przedstawiony uproszczony model prętowy złącza o zmiennej grubości, którego analizę przeprowadzono dla betonu oraz polimeru PT i PM. Wykorzystane zostały liniowe

związki konstytutywne hipersprężystego modelu Hencky'ego, którego dopasowanie zostało dokonane na podstawie wyników badań eksperymentalnych. Wykorzystując przyjęty model oraz opis równoległego połączenia betonu i złącza polimerowego, przedstawiono funkcje naprężeń w poszczególnych prętach modelu, zależne od wielkości odkształcenia złącza. Wyznaczone współczynniki udziału naprężeń oraz redystrybucji pozwoliły na pokazanie redukcji koncentracji naprężeń i ich redystrybucję w złączu polimerowym, spowodowaną nieliniową charakterystyką polimeru. Dodatkowym czynnikiem zwiększającym redukcję koncentracji naprężeń i ich redystrybucję przez polimer jest zjawisko relaksacji oraz powodowany obciążeniem cyklicznym [20] efekt Mullin'a [20]. Zastosowanie połączeń podatnych w naprawie elementów kruchych jest w wielu przypadkach korzystniejsze niż stosowanie połączeń sztywnych.

Niniejsza praca finansowana jest w ramach Projektu Badawczego Nr N N506 071438.

Literatura

- [1] Kwiecień A., *Uszkodzenia betonowych nawierzchni lotniskowych*, Konferencja Naukowo-Techniczna, Awary Budowlane'09, Politechnika Szczecińska, Szczecin –Międzyzdroje 2009.
- [2] Kwiecień A., Gruszczyński M., Zajac B., *Tests of flexible polymer joints repairing of concrete pavements and of polymer modified concretes influenced by high deformations*, Trans Tech Publications 2011, Key Engineering Materials, Vol. 466, 2011, 225-239.
- [3] Buyukozturk O., Gunes O., Karaca E., *Progress on understanding debonding problems in reinforced concrete and steel members strengthened using FRP composites*, Construction and Building Materials 18, 2004, 9-19.
- [4] Kwiecień A., *Mocowanie kompozytu CFRP do konstrukcji przy użyciu polimerowego złącza podatnego*, Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej, Budownictwo, Nr 55, 993, 2006.
- [5] Nemes O. et al., *Contribution to the study of cylindrical adhesive joining*, Int. Journal of Adhesion & Adhesives 26, 2006, 474-480.
- [6] Accardi M., La Mendola L., *Stress transfer at the interface of bonded joints between FRP and calcarenite natural stone*, 4th International Seminar on Structural Analysis of Historical Constructions. Padwa 2004.
- [7] Dantu P.I., *Étude des contraintes dans les milieux hétérogènes application au béton*, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées. Publication No. 57-6, Paris 1957.
- [8] Derkowski W., Kwiecień A., Zajac B., *Comparison of CFRP strengthening efficiency of bent RC elements using stiff and flexible adhesives*, 3rd fib International Congress – 2010, Washington 2010.
- [9] Kwiecień A., *Możliwości zastosowania polimerowego złącza podatnego w zabezpieczaniu infrastruktury drogowej i otoczenia szlaków komunikacyjnych*, Zeszyty naukowo-techniczne SITK, Materiały konferencyjne nr 87, Zeszyt 143, Kraków 2009.

- [10] Kwiecień A., Zając B., *Praca polimerowego złącza podatnego na przykładzie polowych badań niszczących budynek*, Czasopismo Techniczne 2-B/2009, Wydawnictwo PK, Kraków 2009.
- [11] Kwiecień A., *Polymer flexible joints – an innovative repair system protecting cracked masonries against stress concentrations*, Proceedings of Protection of Historical Buildings, PROHITECH 09, V.2, 2009, 1033-1038.
- [12] Derkowski W., Kwiecień A., Zając B., *Badanie zniszczonej belki żelbetowej naprawionej w trybie awaryjnym taśmami CFRP na sztywnej i podatnej warstwie adhezyjnej*, Awarie Budowlane 2011, Szczecin–Międzyzdroje 2011.
- [13] Pijaudier-Cabot G., Mazars J., *Damage models for concrete. Lemaitre Handbook of Materials Behavior Models*, Academic Press 2001.
- [14] Komardin A., *Analysis of the coupling between creep and damage of concrete structures*. Master thesis, Université Joseph Fourier Grenoble/Politechnika Krakowska 2010.
- [15] Omar M., *Deformations defferrees du beton: etude experimentale et modelisation numerique de l'interaction fluage – endommagement*, PhD thesis, L'Ecole Centrale de Nanates et l'Universite de Nantes, 2004.
- [16] Xiao H., Chen L.S., *Hencky's elasticity model and linear stress-strain relations in isotropic finite hyperelasticity*, Acta Mechanica 157, 2002, 51-60.
- [17] Farahani K., Bahai H., *Hyper-elastic constitutive equations of conjugate stresses and strain tensors for the Seth-Hill strain measures*, International Journal of Engineering Science 42, 2004, 29-41.
- [18] Kwiecień A., *Polymer flexible joints – innovative method of repair and conservation of heritage objects*, Wiadomości Konserwatorskie 26/2009.
- [19] Kwiecień A., *Koncepcja zastosowania podatnego złącza polimerowego w mostach*, Inżynieria i Budownictwo 5/2009.
- [20] Falborski T., Jankowski R., Kwiecień A., *Statyczne i dynamiczne badania własności masy polimerowej*, IX Konferencja „Nowe kierunki rozwoju mechaniki”, Hucisko 2011.
- [21] Nowak Z., *Constitutive modeling and parameter identification for rubber-like materials*, Engineering Transactions, vol. 55, No. 4, 2007.